

DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES CON
ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN NIÑOS DE TERCER GRADO

LINEA DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS

MACROPROYECTO RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS AUTENTÍCOS

LINEA ESPECÍFICA EN METACOGNICIÓN

EDILSON JESÚS CAMAYO ESPAÑA

Asesora

Mg. YANETH MILENA AGUDELO MARÍN

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS

MANIZALES

2016

DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES CON
ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN NIÑOS DE TERCER GRADO

LINEA DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS

MACROPROYECTO RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS AUTENTÍCOS

LINEA ESPECÍFICA EN METACOGNICIÓN

EDILSON JESÚS CAMAYO ESPAÑA

Asesora

Mg. YANETH MILENA AGUDELO MARÍN

Trabajo de grado presentado para optar al título de
Magíster en Enseñanza de las Ciencias

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES
MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS
MANIZALES

2016

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Manizales, Noviembre de 2016

A mi madre por su gran acompañamiento, a Carmen quien me dio su apoyo, a mi pequeña hija Valery quien me acompañó con su amor incondicional y mis hijos Jhon Jairo y José Miguel quienes me ayudaron con su esfuerzo y compañía, aunque deje de compartir muchos momentos de sus vidas hoy vuelvo para estar junto a ellos.

Doy gracias a Dios por haberme permitido alcanzar otra meta en mi vida, a mi familia por su apoyo y comprensión en cada uno de los momentos que deje de estar con ellos, a mi profesora Yaneth Milena Agudelo Marín quien con su gran esfuerzo logre que todo esto fuera posible. A todos ellos muchas gracias.

RESUMEN

Para lograr una mejor comprensión de las matemáticas la resolución de problemas con estructura multiplicativa y que los estudiantes logren un aprendizaje metacognitivo se toma como unidad de estudio y análisis los obstáculos que convierte en dificultades para su aprendizaje. Este trabajo de investigación presenta un estudio fundamentado en los obstáculos que tienen los estudiantes para resolver problemas verbales multiplicativos del contexto. Sin embargo, se pretende mejorar estas dificultades con la aplicación de la unidad didáctica por estrategias didácticas y la utilización de modelos que permitan encontrar una relación contextual de la estructura multiplicativa, dejando a un lado el aprendizaje memorístico y repetitivo. Se concluye que las dificultades de aprendizaje como las didácticas, cognitivas, ontológicas y epistemológicas son las que no permiten lograr un buen aprendizaje en los estudiantes.

Palabras clave: Obstáculos, Dificultades, Metacognición, Resolución de problemas.

ABSTRACT

In order to improve the understanding of Mathematics in the resolution of verbal Problems with multiplicative structure, and that students achieve a metaacognitive Learning, is taken as study unit and analysis the obstacles that become into difficulties

In the learning process. This research presents a study based on those obstacles that students face when they have to solve verbal multiplicative Problems in their context. However, it pretends to improve these difficulties with the Implementation of didactics unit, through instructional strategies and the use of models that allow to find a contextual relationship in the Multiplicative structure. In order to do that is essential leave aside the rote

and repetitive learning. It is possible to conclude that the difficulties In the learning process like; didactics, cognitive, ontological and epistemological are the same that allow to the Students achieve a good learning.

Key words: obstacles, Difficulties, metacognition, Resolution of problems.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
CAPÍTULO 1.....	20
1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	20
1.1 Justificación.....	20
1.2 Planteamiento del problema	24
1.3 Objetivos	26
1.3.1 Objetivo general	26
1.3.2 Objetivo específico	26
CAPÍTULO 2.....	27
2. MARCO TEÓRICO.....	27
2.1 Antecedentes	27
2.1.2 La multiplicación como operación mental	29
2.1.3 La operación inversa: la división	29
2.1.4 La multiplicación en el contexto de las tablas de multiplicar	30
2.1.5 El algoritmo de la multiplicación	30
2.2 Referentes Teóricos	30
2.2.1 Resolución de problemas verbales	30
2.2.2 Control de la comprensión.....	31
2.2.3 Dificultades sintácticas	32
2.2.8 Problemas de multiplicación.....	50
2.2.9 Unidad didáctica.....	52
2.2.10 Estrategia metodológica para el diseño de unidades didácticas.....	57
CAPÍTULO 3.....	59
3. METODOLÓGIA	59
3.1 Categorías de análisis.....	60
3.2 Diseño metodológico	62
3.3 Enfoque investigativo	63
3.4 unidad de análisis.....	65

3.5 unidad de trabajo	65
3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	66
3.6.1 Observación participante	66
3.7 Instrumentos para la recolección de la información	67
3.7.1 Recolección de la información y análisis de resultados	67
CAPITULO 4.....	68
4. ANÁLISIS DE LA INFORMACION	68
4.1 Análisis del instrumento 1. Instrumento para detectar obstáculos	68
4.1.1 Epistemológicos/Conceptuales	75
4.1.2 Conclusiones del instrumento 1	82
4.2 Análisis del instrumento 2. Actividades de intervención.....	83
4.2.1 Instrumento para la recolección de información.....	83
4.3 Análisis del instrumento 3. Instrumento para detectar los cambios que se dieron en los estudiantes	86
4.4 Análisis comparativo de los tres instrumentos	86
4.4.1 Triangulación de la información	87
4.4.2 Plan de análisis por categorías	88
4.4.3 Dificultades encontradas en cada uno de los momentos	88
4.5 Implicaciones didácticas y recomendaciones a futuro.....	108
4.5.1 Implicaciones Didácticas.....	108
4.6 Recomendaciones didácticas a futuro.....	109
CAPÍTULO 5.....	111
5. CONCLUSIONES	111
CAPÍTULO 6.....	113
6. RECOMENDACIONES	113
CAPÍTULO 7.....	114
7. UNIDAD DIDÁCTICA	114
ANEXOS	145
REFERENCIAS.....	163

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Cuadro de categorías y subcategorías.....	60
Tabla 2. Análisis de obstáculos.....	68
Tabla 3. Instrumento Dos	84
Tabla 4. Cuadro de categorías y sub- categorías de investigación	87
Tabla 5. Utilizo los dados para multiplicar	122
Tabla 6. Los dados y el producto multiplicativo	124
Tabla 7. Los números y sus productos multiplicativos	126
Tabla 8. Utilización de fichas para armar figuras	127
Tabla 9. Tabla de doña Ambrosina	132
Tabla 10. Tabla de doña Ambrosina	137

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Configuración de objetos primarios.....	49
Figura 2. Diseño metodológico	62
Figura 3. Configuración de objetos primarios.....	105
Figura 4. El producto multiplicativo	128
Figura 5. La multiplicación en la antigua india.....	130
Figura 6. Las multiplicaciones y su utilización en el entorno	142

INTRODUCCIÓN

Las dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje por el manejo metodológico y las diferentes estrategias didácticas que no permiten obtener un aprendizaje metacognitivo. Estas dificultades pueden ser por falta de atención y motivación en el desarrollo de las clases o por las estrategias didácticas que manejan los docentes para que los estudiantes logren entender los significados de los problemas verbales con estructura multiplicativa y puedan llevarlos a un contexto y ser competentes, dichas prácticas han sido llevadas de una manera rutinaria con los estudiantes, por lo tanto, no ha dejado un aprendizaje metacognitivo. Flavell (1976) afirma:

La metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o sobre cualquier cosa relacionada con ellos, es decir, las propiedades de la información o los datos relevantes para el aprendizaje. Por ejemplo, estoy implicado en metacognición (Meta memoria, meta aprendizaje, meta atención, metalenguaje, etc.) si me doy cuenta de que tengo más problemas al aprender A que al aprender B, si me ocurre que debo comprobar C antes de aceptarlo como un hecho... La metacognición se refiere, entre otras cosas, al control y la orquestación y regulación subsiguiente de estos procesos. (p. 232)

Como lo expone Flavell (1976), la metacognición es el conocimiento que se adquiere en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir lo que el estudiante aprende lo utilice en otros procesos y contextos diferentes para resolver problemas verbales.

También es necesario tener en cuenta los documentos que rigen el Sistema Educativo en Colombia. Los Lineamientos de Matemáticas (1998), los Estándares en Competencias Básicas en Matemáticas (2006), estos son presentados para una mejor calidad educativa en cada uno de nuestros estudiantes. Es necesario tener en cuenta los referentes anteriores y conocer sus aportes porque son de gran importancia para mejorar las dificultades en los problemas verbales y la multiplicación. El Ministerio de Educación Nacional ha venido trabajando en estrategias para mejorar la calidad educativa del país y que sean útiles en los establecimientos educativos. Una de estas herramientas son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) dirigidos a todos los actores

del sector educativo para que identifiquen lo que es indispensable que aprendan los estudiantes y se desarrollen las acciones que sean necesarias para garantizarlo. Los (DBA) tienen como finalidad presentar al país un conjunto de aprendizajes fundamentales, alineados con los Estándares Básicos de Competencias y que pueden utilizarse como base para el diseño de programas de estudios coherentes secuenciados y articulados en todos los grados y que a su vez tengan en cuenta las particularidades de la comunidad educativa como la diversidad cultural, étnica, geográfica y social.

El Ministerio de Educación Nacional espera que los Derechos Básicos de Aprendizaje de 1° a 11° sean una herramienta útil para la comunidad educativa; las Entidades Territoriales podrán tomarlo como un referente que les permita construir sus propias iniciativas curriculares, las instituciones educativas usarlo en la elaboración de sus planes de área, y los docentes desarrollar ejercicios de planeación y prácticas de aula, los estudiantes podrán dar más sentido a sus procesos de aprendizaje y los padres de familia, facilitar el acompañamiento de la formación de sus hijos en casa.

De este modo, el Ministerio de Educación Nacional a través de esta primera versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje, inicia un proceso de socialización y retroalimentación con la comunidad educativa acerca de lo básico que aprenden los estudiantes del país para mejorar sus aprendizajes grado a grado. Los Derechos Básicos de Aprendizaje son un documento dinámico que será retroalimentado, para seguir trabajando como comunidad comprometida en lo que queremos sea una educación de calidad para nuestros niños, niñas y jóvenes (Parody, 2015).

Los DBA, son un conjunto de saberes fundamentales dirigidos a la comunidad educativa que al incorporarse en los procesos de enseñanza y aprendizaje promueven condiciones de igualdad educativa a todos los niños, niñas y jóvenes del país.

Los Derechos Básicos de Aprendizaje se plantean para cada año escolar de grado primero a grado once, en las áreas de lenguaje y matemáticas y se han estructurado en concordancia con los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias (EBC). En ese sentido, plantean una posible ruta de aprendizajes para que los estudiantes alcancen lo planteado en los EBC para cada grupo de grados. Los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular puesto que estos son complementados por los enfoques, metodologías, estrategias y contextos

que se definen en los establecimientos educativos, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales y se concretan en los planes de área.

Como se estipula en el anterior enunciado , los derechos básicos de aprendizaje (DBA), son los requerimientos básicos que un estudiante debe aprender en cada una de las áreas de aprendizaje , es decir que lo debe saber y lo debe hacer, de tal manera que le permita ser competente a situaciones problemas y diferentes problemas verbales que encuentra en el contexto, el estudiante utiliza las herramientas aprendidas en el proceso de enseñanza y aprendizaje y utilice para dar respuestas a diferentes problemas.

La evaluación no debe dar espera es una de las estrategias que no busca perjudicar al estudiante, sino encontrar las dificultades que se presentaron en el desarrollo de los temas y permitir que el docente pueda incluir pautas frente a la exposición de su clase con el fin de mejorar.

Una vez revisados los referentes descritos se encuentran que los estudiantes presentan dificultades en los procesos de aprendizaje en el área de matemáticas. Dificultades que se ven reflejadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya sean por la naturaleza de la matemática, el docente o por tal motivo muchos de los conceptos a veces no son entendidos con facilidad por el estudiante. Se hace relación a obstáculos que presenta, epistemológicos, didácticos, ontológicos y lingüísticos por motivos que los estudiantes no han tenido aprendizajes metacognitivos por los obstáculos que presentan como lo expresa Brousseau (1983) así:

Considera que los obstáculos que se presentan en el sistema didáctico pueden tener diferentes orígenes: epistemológico, didáctico u ontogénico. El obstáculo de origen epistemológico está intrínsecamente relacionado con el propio concepto. Los obstáculos de origen ontogénico son debidos a las características del desarrollo del aprendiz. Los obstáculos de origen didáctico son resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen al establecer una situación de enseñanza por el docente (pp. 165 – 180).

Como lo expresa Brousseau (1983) los diferentes obstáculos que presentan los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje muchas veces son producidos por el ambiente donde se

encuentran, por lo que aprenden de una manera no conveniente, quizá estos aprendizajes convirtiéndose en dificultades para un nuevo aprendizaje y volverlos aplicables a un contexto.

De esta manera se ha establecido como dificultades las que se estén presentando por el manejo didáctico de las matemáticas y los estudiantes no puede aplicar lo aprendido para resolver problemas verbales, encontrar una estrecha relación con el contexto. Muchas veces no han logrado entender la relación contextual de las matemáticas con los problemas verbales que puede enfrentar en un determinado lugar. De esta manera se puede encontrar que a los estudiantes según Brousseau (1983) afirma:

Los incorporaron también al aprendizaje de las matemáticas. Es en el campo de las matemáticas donde ha surgido una discusión sobre si las dificultades que tiene un alumno para resolver problemas, son obstáculos epistemológicos o bien obstáculos cognitivos asociados al razonamiento matemático. Los obstáculos cognitivos son las dificultades que tiene el alumno para conocer y resolver problemas y que no provienen necesariamente de un conocimiento anterior; en cambio el obstáculo epistemológico nos remite a algo más profundo que una laguna de conocimiento o una falta de razonamiento matemático. El obstáculo epistemológico nos sitúa en el “acto mismo de conocer”, se sitúa en el plano de los conocimientos anteriores, que fueron útiles en otras circunstancias y que ahora son una barrera para alcanzar el aprendizaje de un concepto. (pp. 165- 168).

En cuanto al desarrollo de las dificultades, como lo expone Brousseau (1983) estas se ven reflejadas por el estudiante en gran medida cuando no puede entender las diferentes relaciones que tienen los conceptos matemáticos y su aplicabilidad en el contexto, es decir la forma como la puede relacionar a problemas encontrados en el contexto desde una manera cotidiana. Las dificultades también se darían por falta de razonamiento de las matemáticas por parte del estudiante, de esta forma también se encuentra que Gómez y Sanmartín (2002) afirma:

Donde se le ha utilizado con éxito para comprender la relación entre concepciones alternativas y obstáculos epistemológicos, en nuestro trabajo nos referimos más que a concepciones alternativas a dificultades asociadas a conocimientos adquiridos anteriormente y

que impiden un razonamiento adecuado para iniciar el proceso de solución de un problema. (pp. 182-195).

Así como lo expresa Gómez y Sanmartín (2002) las dificultades que tienen los estudiantes en la utilización y manejo de las matemáticas en la resolución de los problemas verbales, una la parte textual, las dificultades didácticas, cognitiva y ontológicas; debido a que al desarrollar un problema no puede relacionar con facilidad los conocimientos aprendidos. Las dificultades que provienen de conocimientos previos, puede ser porque el estudiante no tiene aprendizajes metacognitivos, es decir la transposición didáctica no ha logrado que el estudiante pueda transcender en sus conocimientos y aplicarlos de una manera competitiva en el contexto.

Para analizar las dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, de un determinado tema hay que estudiar lo epistemológico, como lo expresa Godino (1996) expone:

El problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (p. 418).

Así como lo plantea Godino (1996), para el estudio de las dificultades que tienen los estudiantes hay que tener en cuenta la epistemología de las ciencias, esto con el fin de saber que conocimientos le llevo a los estudiantes, lo que enseño está acorde a sus necesidades y a los estándares y al grado al cual pertenece para entender mejor el proceso de enseñanza y aprendizaje, es decir cómo preparo las clases y las modelaciones multiplicativas que utilizo.

Es necesario tener en cuenta la epistemología de las ciencias y los aportes en cada uno de conceptos científicos que lleva el conocimiento a los estudiantes, muchas veces no son entendidos con claridad, hay una dificultad para entenderlos y aplicarlos a los problemas verbales multiplicativos de los estudiantes, esto sería por falta una transposición didáctica. Al respecto, Godino, Batanero y Font (2003) expresan:

Por otro lado, la historia de las matemáticas muestra que las definiciones, propiedades y teoremas enunciados por matemáticos famosos también son falibles y están sujetos a evolución. De manera análoga, el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. (p. 16).

Así como lo exponen Godino, Batanero y Font (2003), que es natural que los estudiantes tengan obstáculos y aprendan del error, pero lo más importante de esto es que estas dificultades que tienen los estudiantes sean mejoradas por un aprendizaje científico y que lo aprendido lo puedan aplicar a contextos diferentes; es decir una buena enseñanza para un buen aprendizaje, corregir el error a partir de un argumento valedero en este caso argumento científico.

Hay que mencionar que cada uno de estos inconvenientes encontrados como dificultades en el desarrollo de los problemas verbales con estructura multiplicativa, es necesario que se establezca una alternativa de cambio para resolverlos. Problemas que afectan el rendimiento de los estudiantes y el aprendizaje en la solución de las matemáticas, en las operaciones multiplicativas.

En la resolución de problemas verbales, los estudiantes no saben qué operación aplicar, puede ser por motivos que están habituados a que solamente se les coloque las planas de operaciones y que las resuelvan de una manera mecánica sin formar en el estudiante un pensamiento crítico que vaya más allá de su imaginación, creaciones mentales y de esta manera pueda plantear diferentes soluciones a los problemas que se le coloque en el área de las matemáticas.

Se ha escogido el tema de la enseñanza de las multiplicaciones a partir de los problemas verbales que se tiene en el proceso de desarrollo y aprendizaje de estas, en cuanto a las operaciones como lo es: la multiplicación, que vista en este contexto los estudiantes de grado tercero presentan dificultades en su aplicación, puede ser que el aprendizaje recibido no han sido metacognitivos y por esta razón no son competentes para resolver problemas que se presenten, ya sea en la escuela o en el contexto social (Pruebas saber, o para PTA).

De esta manera se ha planteado como una estrategia de agilidad matemática para que el estudiante participe en el ejercicio diario con la tienda escolar, la cual permite que los estudiantes

puedan vender mecatos para que desarrollen pensamiento matemático a partir de la realización de las cuentas que hacen en la compra y venta en los recreos.

Se escogió esta actividad por el motivo que los estudiantes presentan dificultad en la resolución de problema verbales con estructura multiplicativa y esta es una estrategia de un manejo significativo porque permite que el estudiante pueda entender desde una enseñanza significativa el proceso que tiene que hacer en la compra y las devoluciones, el conteo de monedas y billetes y de igual manera las comprensiones que hace en la agilidad de las operaciones de multiplicar.

Al desarrollar una clase y dar a conocer los diferentes fundamentos teóricos es necesario también hacer demostraciones por medio de las modelaciones multiplicativas que se tengan preparados para realizar una transposición didáctica en el estudiante. También es importante que al dictar la teoría científica primero ponga en contexto a sus alumnos, tener en cuenta las ideas previas con el fin de conocer que conocimientos traen a la escuela y de esta manera identificar cuáles de estos aprendizajes se han convertido en obstáculos, los cuales no les permite trascender a un nuevo conocimiento científico y este puede ser una dificultad para el nuevo aprendizaje.

Es necesario hacer refuerzos a las clases anteriores como medio de socialización de lo que se ha aprendido el estudiante, es decir que tan importante es lo que está aprendiendo para relacionarlo con su utilización en el contexto y la aplicación. Así como lo afirma: (Bachelard, 2004) “en la formación del espíritu científico, el primer obstáculo es la experiencia básica” (p. 27). De esta manera como lo plantea Bachelard, muchas veces los estudiantes piensan que las ideas que ellos tienen sobre los diferentes temas son ideas acabadas y no puede haber otra, entonces pueden entrar en contraste con lo científico donde empiezan a hacer confrontación con el nuevo conocimiento permitiendo entrar en una dificultad al no entender con facilidad el nuevo conocimiento y darle una aplicabilidad en su contexto.

Es necesario conocer que los docentes también pueden presentar dificultades en la enseñanza de las matemáticas, por tal motivo muchas veces el docente le asigna un trabajo con estudiantes y le corresponde trabajar con todas las materias en todos los grados, esto genera que algunos estudiantes no fijen su atención por encontrarse un gran número. También hay dificultad

porque el profesor que está dictando matemáticas no es su perfil de trabajo y esto genera dificultades relacionar conceptos del área y así poder llevar un mejor aprendizaje al estudiante. Los constantes cambios de docentes y traslado de estudiantes. Estas dificultades anteriormente mencionadas de esto Asocolme (1999) aporta:

Se describen algunas de las dificultades que se suscitan en la enseñanza de las matemáticas por parte de los docentes de básica primaria en Colombia, haciendo referencia a los conocimientos que ellos poseen y de donde provienen dichos conocimientos. En cuanto a la enseñanza de las matemáticas si el docente no tiene bien claro la estructura de las matemáticas y no conoce los diferentes procesos a seguir en cada una de las situaciones problemáticas, será difícil ayudar a un grupo de estudiantes en la resolución de problemas. (p. 150).

Como plantea anteriormente Asocolme (1999), en situaciones educativas muchas veces los docentes tienen dificultades en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debido a que si no es su perfil, poco logra entenderlas y de esta manera poco lograra enseñarlas a sus estudiantes.

CAPÍTULO 1.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Justificación

El propósito de esta investigación es con el fin mejorar las problemáticas encontradas en la Sede Educativa El Poblado, todas las dificultades merecen ser tenidas en cuenta, pero cabe notar que muchas de estas dificultades son por problemas sociales, aunque influyen en el aprendizaje en los estudiantes no pueden ser de nuestra competencia, como docentes. Es importante tener en cuenta esta problemática educativa y prestar atención a las dificultades en el aprendizaje específicamente en al área de las matemáticas, motivo por el cual se ven reflejadas las dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los niños de tercer grado.

Además, el propósito es implementar estrategias didácticas para mejorar estas dificultades en los estudiantes. Así mismo es necesario que se conozca el plan de estudios y revisar lo que se está fallando, tener en cuenta las estrategias pedagógicas que se ha llevado en transcurso del desarrollo de las clases y como se ha estado aplicando el manejo de la didáctica de las ciencias en la enseñanza y aprendizaje en los estudiantes para lograr un aprendizaje metacognitivo.

Con el fin de mejorar las diferentes dificultades que tienen los estudiantes en la resolución de los problemas verbales, teniendo en cuenta los estándares básicos de calidad y los derechos básicos de aprendizaje, la educación debe ser una actividad continua y requiere que todos los días se esté actualizando los proyectos educativos, así como los preparadores y planes de clase. En la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes hay que aplicar diferentes métodos con el fin que alguno sea el de mayor relevancia para su aprendizaje. Esta enseñanza debe estar enfocada a un contexto escolar para que el estudiante en su quehacer educativo responda a los objetivos propuestos en la resolución de los problemas verbales con estructura multiplicativa y de esta manera pueda ser competente demostrando un aprendizaje metacognitivo.

De esta manera, lo que planeé el docente para llevar al aula de clase a los estudiantes debe estar enfocado a dejar un aprendizaje metacognitivo, con el fin que puedan ser competitivos en su contexto familiar, escolar, social y responder a los diferentes procesos evaluativos Institucionales, Regionales, Nacionales como las Pruebas Saber. Un buen aprendizaje a un grupo de estudiante permite que se apropien de un saber para su formación y se logra mediante la apropiación de las teorías científicas a partir del proceso enseñanza y aprendizaje metacognitivo.

Por otra parte, estas dificultades que tienen los estudiantes, los docentes a partir de su formación educativa y los conocimientos adquiridos los debe utilizar en procesos investigativos y hacer argumentaciones sobre las relaciones contextuales de los estudiantes frente a la dificultad en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa. De acuerdo con lo anterior y teniendo en cuenta los planteamientos de Vergnaud (2000) en los cuales afirma que: “La estructura multiplicativa no puede y no conviene entenderla desde la estructura aditiva, es decir, que la multiplicación no es solamente una suma repetida, es más, esta concepción es limitante y generadora de obstáculos en el aprendizaje”.

Así como lo expone Vergnaud (2000), los obstáculos que tienen los estudiantes sobre la multiplicación puede ser por el concepto de multiplicación no está bien definido lo que lo crea dificultades para entender dicho proceso multiplicativo, o hacer una suma o una multiplicación. En el mismo sentido Maza (1991), expone que:

También se entiende que las operaciones multiplicativas están relacionadas en diferentes formas y su representación puede ser relacionada como un ejercicio representativo, así como también se encuentra que las representaciones cotidianas en los procesos que a veces son necesarios para obtener respuesta a los requerimientos diarios.

Como lo menciona Maza (1991), los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa porque no pueden representar los productos multiplicativos en varias formas y dichos productos no han logrado aplicarlos a otros contextos.

Esto se puede dar porque desde la perspectiva de la didáctica de las ciencias no se ha logrado dicha transposición en la enseñanza para mejorar dichas dificultades. Por otra parte; se ha evidenciado que los estudiantes demuestran poco interés para aprender el desarrollo de las

operaciones de multiplicación. En vista de que a veces los estudiantes no conocen muy bien las propiedades, símbolos y la forma como se encuentran los resultados.

Además, porque en el aprendizaje de las tablas de multiplicar se ha tenido como un aprendizaje memorístico y repetitivo, algo mecánico sin encontrarle un sentido que le genere una expectativa en la utilización y contextualización en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa, puesto que no sería necesario que los estudiantes se aprendan de memoria los procesos y las fórmulas matemáticas, sino que logren utilizarlas en la resolución de cualquier problema verbal, puesto que cada problema requiere de un planteamiento diferente y por tal razón unos problemas suelen ser más complejos que otros. De esta manera Vergnaud (1991), plantea lo siguiente:

De una manera general, la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas, con la dificultad del cálculo necesario. Los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños; los números decimales implican mayor dificultad que los enteros. (p. 174)

Como lo plantea Vergnaud (1991), la complejidad de un problema o una multiplicación crece cuando al estudiante se le coloca problemas con números grandes, esto puede ser porque siempre se le ha enseñado proceso de repetición y no de una manera para que lo aprendido lo utilice en solución de problemas. Tampoco es estrategia didáctica enseñarle al estudiante las soluciones de los problemas creando pautas de qué tipo de respuestas son las que tiene que dar, de tal manera que se aprenda el proceso a seguir de memoria para solucionar un problema verbal. Puig y Cerdán (1988) expresan:

Completaron esta visión al señalar que determinadas estrategias de enseñanza de resolución de problemas se basan en localizar palabras clave. Estos autores indican que es necesario favorecer una lectura y una comprensión globales de los enunciados en lugar de una lectura local, que conlleva únicamente realizar la operación que parece ir asociada a la palabra clave (p. 116).

Como lo plantean Puig y Cerdán (1988), no es enseñarle al estudiante a buscar las palabras claves de un problema, sino que este logre entenderlo de manera general de tal manera que interprete los datos, contextos y que procesos seguir para encontrar su respuesta.

Al mismo tiempo, los problemas verbales los resuelve de una forma directa, utilizando las tablas de multiplicar del cuaderno sin entrar a hacer un análisis verbal en cuanto a los problemas escritos, donde sería necesario que el estudiante tuviera más conocimiento en cuanto al manejo y aplicación de las operaciones que está realizando, así como lo plantea Rico (1997). Se pueden tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, tienen que ver con:

- Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen;
- Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones;
- Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones;
- Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones. (pp. 24, 5-19).

Estos planteamientos anteriormente mencionados por Rico (1997), dan pautas que orientan a entender las diferentes dificultades que pueden tener los estudiantes para resolver un problema verbal.

Los resultados de las evaluaciones son una evidencia para poder desarrollar un proceso investigativo en la resolución de los problemas verbales con estructura multiplicativa en grado tercero, porque se ha visto con mayor frecuencia que dichos resultados no son muy óptimos. Para mejorar las dificultades en la resolución de problemas verbales es necesario tener en cuenta los siguientes compromisos:

-Que el estudiante participe más en las clases de una manera incondicional y que sea una manera de encontrar respuestas a sus procesos que no han quedado bien claros.

-Que las evaluaciones que se haga no sea un método para medir lo que el estudiante ha aprendido, si no para encontrar que es lo que le hace falta para alcanzar el logro y así poder tener un buen aprendizaje.

-Que el padre de familia conozca que no es suficiente ser otro docente en la casa para su estudiante, sino con la motivación y el afecto puede dar a su hijo se sienta motivado dentro de un proceso formativo y educativo.

1.2 Planteamiento del problema

En relación con las diferentes prácticas que realizan los docentes se encuentran dificultades de aprendizaje en los estudiantes en el desarrollo de los temas y sin darse cuenta generan algún tipo de inconveniente en el aprendizaje; es decir, se desarrollan talleres llevando al estudiante a un aprendizaje memorístico, permitiendo que esto genere una dificultad para que pueda aplicarlo en contextos diferentes y esta manera sea competente. Como lo plantea Rico (1991).

La experiencia escolar que recuerda la mayoría de nosotros sobre matemáticas está mucho más relacionada con dificultades, incomprensión, fracaso y rechazo que con actitudes positivas...Hablar por lo tanto de resolución de problemas como una parte de la Educación Matemáticas puede resultar para muchos un contrasentido, la enseñanza de las Matemáticas parece resolver muy pocos problemas a la mayoría de los escolares, bien al contrario, les crea muchos otros. (p. 243).

Es decir, como lo afirma Rico (1991), a veces los estudiantes al resolver los problemas verbales presentan dificultades y siguen siendo prioridad en las actividades escolares; colocar una cantidad de problemas y ejercicios para que el estudiante desarrolle, será que esto deja un aprendizaje metacognitivo. Todos los días se atiende estudiantes, y muchos de ellos han tenido problemas antes de llegar a la escuela, pueden ser problemas familiares, problemas sociales, desplazamientos, maltratos por parte de los miembros de la familia y quizá entre los mismos compañeros. A veces es cumplir con la tarea y cada periodo tiene sus logros por alcanzar y estos

a veces no son importantes y al padre de familia se le entrega los resultados, sin importar algunos problemas que los estudiantes estén viviendo en nuestro contexto escolar.

De este modo ante las dificultades que presentan los estudiantes en la escuela se trabajara con una Unidad Didáctica con el fin de mejorarlas y encontrar sus posibles soluciones mediante estrategias didácticas, las cuales permitan un mejor aprendizaje en los estudiantes y ellos puedan encontrar satisfactoriamente mejores resultados al momento de resolver problemas verbales con estructura multiplicativa. Es así como en los objetivos que se propondrán están enfocados al mejoramiento de estas dificultades.

En nuestro proceso de educación cada ejercicio que se realiza debe estar generando al estudiante aprendizajes metacognitivos, pero hay procesos que muchas veces no llegan al estudiante como conocimientos significativos.

Todas estas dificultades que se ha tenido en los estudiantes, de alguna manera deben ser llevadas a buscar una solución y quizá cuestionarse y plantear alternativas de solución y con esto prestar atención a los estudiantes desde el momento oportuno y no dejar pasar por alto las dificultades.

En los planteamientos metodológicos se ha de tener en cuenta al estudiante para que pueda desarrollar y aplicar sus propias estrategias aprendidas para aplicarlas a nuevas situaciones y operaciones, de tal manera que demuestre que su aprendizaje ha sido metacognitivo. Frente a las anteriores situaciones mencionadas, sino hay soluciones pertinentes a estas dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los estudiantes, no serán competentes en situaciones ya sean en el orden escolar, en el contexto social o en las Pruebas Saber.

¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del grado tercero en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa?

Se escogió este problema por la dificultad que presentan los estudiantes del grado tercero en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa, aunque los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollados no han sido pertinentes, por tal motivo los estudiantes presentan obstáculos. Esto se puede dar por motivos que ellos están habituados a que solamente

se coloque las operaciones como ejercicio y los resuelvan de una manera mecánica. Los estudiantes son en promedio entre 7 y 9 años con un aspecto físico de desarrollo normal.

En la Sede Educativa El Poblado como propuesta pedagógica en Proyecto Educativo Institucional para el trabajo escolar se maneja el programa Escuela Nueva –Escuela Activa y se quiere formar estudiantes competitivos con aprendizajes metacognitivos para que sean competentes. El desarrollo del trabajo de este proyecto es en la línea de investigación en matemáticas, con un macro proyecto en resolución de problemas auténticos en matemáticas los cuales se pueden contextualizar en diferentes formas de enseñanza.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Identificar las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en el Centro Educativo El Danubio sede El Poblado.

1.3.2 Objetivo específico

-Implementar estrategias didácticas para mejorar las dificultades en la resolución de los problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en la Centro Educativo El Danubio Sede El Poblado.

CAPÍTULO 2

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes

Diferentes investigaciones realizadas en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa hacen referencia a las siguientes:

El primer trabajo de investigación corresponde a Prieto (2014), quien realizó la propuesta de investigación Resolución de Problemas Verbales Multiplicativos en el aula de Educación Infantil. Este trabajo: fin de grado, consiste en una revisión bibliográfica y profundización teórica sobre el desarrollo del pensamiento multiplicativo en los primeros niveles (Educación Infantil), que concluye con una propuesta concreta de problemas multiplicativos para el aula. Por un lado, partimos de que las matemáticas suponen, a nivel teórico, una materia bastante abstracta, pero que se aplica a diario en la vida de grandes y pequeños.

Para estos últimos, gestos tan sencillos y cotidianos como contar los alimentos para hacer la compra, observar la forma y disposición de ciertos objetos del entorno, etc... contribuyen a desarrollar su pensamiento matemático. Por otro lado, entendemos que el desarrollo del pensamiento matemático en el niño resulta crucial desde la etapa de Educación Infantil, por lo que creemos conveniente que en el colegio se le otorgue a esta materia el tiempo e interés que merece. La investigación realizada tiene como objetivo encontrar en la educación infantil diferentes dificultades en la resolución de problemas verbales multiplicativos, por lo tanto, se fundamentó en realizar investigaciones a diferentes autores con el fin de poder encontrar referencias sobre este tipo de problemas que presentan los estudiantes. Es necesario analizar las estrategias y técnicas que se van a utilizar, así como ayudar al alumnado a verbalizar su pensamiento y contrastarlo con el de los demás. Tras llevar a cabo el presente trabajo: fin de Grado, fue un tema muy interesante y que aquí, en las aulas de Educación Infantil, no se lleva a la práctica.

El segundo trabajo es de Carlos de Castro y Elisa Hernández (2014) Problemas Verbales de Descomposición Multiplicativa de Cantidades en Educación Infantil en niños de 5 a 6 años. Donde enfocan a los niños al uso y manejo de las multiplicaciones por medio de modelaciones quieren lograr este aprendizaje de las matemáticas en la resolución de problemas verbales a temprana edad. El objetivo general en esta investigación se interesó por problemas de estructura multiplicativa de descomposición (factorial) de cantidades y como objetivo principal es analizar las estrategias que utilizan los niños de 5-6 años ante un problema del tipo indicado. Dado que algunas soluciones están relacionadas con otras, interesa diferenciar entre las estrategias empleadas para obtener la primera solución del problema y las que se utilizan para derivar unas soluciones de otras.

En este apartado, se describe: a los participantes del estudio, el problema planteado a los participantes, el desarrollo de las sesiones y el trabajo preparatorio. Además, se detalla el procedimiento que seguimos para la recogida de la información a través de la entrevista. En esta investigación el autor obtuvo los siguientes resultados generales. De los 20 alumnos, 17 alcanzaron al menos una de las ocho posibles soluciones del problema (aceptando como solución trivial, 1 fila de 24) y siete niños dieron más de una solución (llegando tres niños a cinco soluciones). El número de alumnos que resolvieron satisfactoriamente el problema hace pensar que éste tiene una dificultad adecuada para los niños de 5-6 años, siempre que se plantee en unas condiciones similares a las propuestas en este trabajo.

La tercera investigación tiene relación con la estructura multiplicativa, trabajo realizado por Mariela Orozco Hormaza, Universidad del Valle, donde hace explícitamente referencia en cuanto a la multiplicación y sus incidencias en la aplicación dentro del ámbito escolar.

Como en cualquier operación aritmética, en la multiplicación se distingue la operación directa, la multiplicación propiamente dicha y su inversa, la división. Desde la perspectiva matemática, la multiplicación corresponde a una operación de la forma $a \times b = c$, que cumple con ciertas propiedades. La división constituye la operación inversa y se puede representar formalmente como $c \div b = a$, o $c \div a = b$, operación que igualmente cumple con ciertas propiedades.

Desde esta perspectiva, el estudio de la estructura multiplicativa se ha aborda desde al menos:

Cuatro puntos de vista diferenciados, a saber:

- Como operación mental
- Como tabla de multiplicar
- Desde la perspectiva de los algoritmos
- Desde el enfoque de resolución de problemas.

2.1.2 La multiplicación como operación mental

Matemáticamente, las operaciones aditivas y multiplicativas son diferentes y esta diferenciación debe conservarse en la educación matemática. Por supuesto que en el origen de la operación multiplicativa está la operación aditiva, sin embargo, es necesario que los alumnos superen los procedimientos aditivos y aprendan a multiplicar.

2.1.3 La operación inversa: la división

Desde la perspectiva de la matemática, la división es la operación inversa a la multiplicación. En la división un factor es el dividendo o valor a partir o repartir el otro factor, el divisor designa el número de partes resultante de la partición o repartición. Desde la perspectiva de la educación matemática.

2.1.4 La multiplicación en el contexto de las tablas de multiplicar

Para trabajar la operación multiplicativa, la escuela se centra en la enseñanza de las tablas y en el manejo de los algoritmos, convirtiendo la memorización de las multiplicaciones básicas (o tablas de multiplicar) en uno de los objetivos centrales a la enseñanza de la matemática en primaria. Su importancia radica en que el conocimiento matemático posterior se basa en este aprendizaje y el de la multiplicación requiere de estas combinaciones. Para muchos autores, es esencial que los alumnos memoricen las tablas de multiplicar porque ahorran una excesiva carga de memoria cuando resultan problemas engorrosos para el cálculo.

2.1.5 El algoritmo de la multiplicación

En educación matemática la enseñanza de los algoritmos se entiende como la formación en aritmética que los alumnos requieren; algunos autores los analizan como un buen ejemplo de conocimiento procedimental. En la enseñanza de los algoritmos se pueden delimitar tres enfoques: el tradicional, el conjuntista y el actual, que integra los anteriores.

2.2 Referentes Teóricos

2.2.1 Resolución de problemas verbales

Recientes investigaciones han mostrado las dificultades que presentan los estudiantes a la hora de trabajar temas relacionados con la resolución de problemas verbales de estructura multiplicativa, el tema ha sido de gran interés para muchos pensadores, dando lugar a que se trabaje con un enfoque cognoscitivo para que el estudiante desarrolle un razonamiento que le permita resolver problemas verbales y los pueda aplicar en cualquier contexto.

Para este trabajo, las siguientes investigaciones permitirán conocer una parte teórica-científica de diferentes autores que permitirán elaborar una Unidad Didáctica con el fin de mejorar las dificultades.

2.2.2 Control de la comprensión

En Esta declaración implica que la relación entre la memoria y las dificultades que se dan en el proceso enseñanza y aprendizaje de la estructura multiplicativa puede ser individual, en particular porque tienen que estar haciendo una serie de asociaciones de un ir y venir de datos, conceptos y procedimientos y en este proceso muchas veces los estudiantes olvidan con facilidad los pasos que deben seguir y las aplicaciones y utilidad que le pueden dar, suele suceder porque los conocimientos adquiridos por los estudiantes no han sido bien claros y esto permite que no los maneje con facilidad.

En cuanto a la comprensión de los textos lo plantean es una parte fundamental en los estudiantes de tal manera que le va a ayudar a entender el problema. Glenberg & Epstein (1987) expresan:

Muchas veces los sujetos experimentales no se dan cuenta que los textos contienen estos errores y, cuando se le pide que evalúen en qué manera los han entendido, piensan que los han comprendido bien o relativamente bien. Otros autores han estudiado lo que llaman "calibración de la comprensión" (pp. 15,84-93).

El estudiante al realizar la lectura de un problema verbal, realiza las respectivas operaciones con el fin de resolverlo, pero al revisar los resultados se encuentra que en dicho proceso no ha encontrado la respuesta, también puede suceder que tomo el texto del problema, pero no lo llevo a un contexto o no comprendió bien el problema.

En cuanto a la resolución de problemas es necesario conocer que tanto han aprendido, y como el estudiante aplica las estrategias como proceso cognitivo en el desarrollo de problemas. Autores como Schoenfeld (2007) afirman:

Sugiere que las dimensiones – conocimiento o recursos básicos de matemáticas; estrategias cognitivas o heurísticas para representar y explorar los problemas; estrategias metacognitivas acerca del funcionamiento cognitivo propio del individuo; en las creencias, las actitudes y componentes afectivos en la concepción del individuo acerca de las matemáticas y la resolución de problemas pueden explicar el éxito o fracaso de los estudiantes, pero no explican cómo y por qué los estudiantes exhiben esos comportamientos al resolver problemas. (Vol. 9, p. 537-551)

En el manejo de esta situación se puede presentar dificultades que tienen los estudiantes frente a las concepciones adquiridas en las ideas previas, por lo tanto, le siguen dando mayor relevancia que a los nuevos conocimientos científicos aprendidos y de esta manera se sigue dando respuestas de una manera como puede ver las cosas desde la perspectiva de ideas previa o científica.

2.2.3 Dificultades sintácticas

Se han tomado las dificultades sintácticas debido a que los estudiantes al leer un problema verbal se les dificultan encontrar las diferentes relaciones que tienen las palabras en el texto, de igual manera su significado. Puil & Cerdán (1995) expresan al respecto:

Ofrecen referentes en cuanto a estudios previos realizados en este campo tal como se afirma en su libro (problemas aritméticos escolares). Los estudios que se han realizado sobre dificultades de orden sintáctico pueden clasificarse de acuerdo a su finalidad y la metodología utilizada. Se han hecho estudios que han tratado de predecir la dificultad de un problema en función de un conjunto amplio de variables que tienen que ver con el formato de presentación del problema, la longitud del enunciado, su estructura gramatical, la posición de la pregunta en el enunciado, la presencia de o no de datos en la pregunta y el tamaño de los números.

En cuanto a lo expresado por Puil & Cerdán (1995) los estudiantes no logran resolver el problema por las diferentes variables que puede presentar y también la forma como está escrito,

puede ser por la cantidad de información, la relación de los datos y la ubicación de la pregunta. Todo esto muchas veces se convierte en una dificultad para resolver el problema porque el estudiante no logra interpretarlo.

En este mismo libro el autor resume algunos de los resultados cualitativos presentados en Nesher (1982) “los cuales pueden dar ideas más precisas sobre las dificultades que tienen los problemas verbales de carácter sintáctico”.

Entre ellos se encuentra en un primer aspecto la facilidad con que los niños pueden resolver problemas verbales cuando se le presenta a través de dibujo gravado o materiales que ellos puedan manipular especialmente en los primeros niveles de escolaridad.

Como segundo aspecto se analizan en estos estudios la manera cómo influye la longitud del enunciado, las variables que inciden y la posición de las preguntas. Sin embargo, algunos autores sustentan que independiente de la estructura sintáctica del problema verbal lo que mayor influencia tiene es la parte semántica del mismo para su resolución por parte de los niños.

En tercer lugar, se tiene el tamaño de los números. Vergnaud (1991) afirma:

De una manera general, la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas con la dificultad de cálculo necesario. Los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños, los números decimales implican mayor dificultad que los números enteros. (p. 174)

En el desarrollo de las operaciones matemáticas se puede encontrar gran cantidad de dificultades, como las señaladas anteriormente por los diferentes autores, pero también es necesario conocer que, en las diferentes prácticas de matemáticas, como lo es la resolución de problemas verbales en el desarrollo de nuestro trabajo con los estudiantes en una clase se evidencian como los estudiantes resuelve problemas con dificultad por la cantidad de números.

2.2.4 La semántica

Se investiga sobre la semántica debido a que los estudiantes tienen dificultades al resolver un problema verbal, la comprensión de algunos signos lingüísticos y sus combinaciones lo cual no permite su comprensión. El estudiante al encontrarse en un contexto, ya sea escolar o familiar va ir encontrando problemas que le piden una comprensión lectora ya sea desde sus conocimientos empíricos o los conocimientos científicos aprendidos en la escuela. Las comprensiones de un texto son de diferentes maneras, así como lo mencionan Kintsch y Greeno (1985) exponen:

Cuando el resolutor lee el problema construye un "texto base", una representación mental del mismo. Esta representación mental expresa el contenido semántico del enunciado del problema. Entonces el resolutor construye un modelo del problema que integra la información del "texto base" para expresar la situación matemática del problema. (pp. 92, 109-129)

En las resoluciones de problemas verbales el estudiante al realizar la lectura realiza un modelo mental de tal problema con el fin de modelizar dichos conceptos y así poder comprender el problema. En el desarrollo de este trabajo investigativo se escogerá la comprensión de los problemas verbales con estructura multiplicativa para que el estudiante mejore las dificultades en la medida que entienda, analice y comprenda lo implícito de un problema. Mayer (1986 a, 1986b) al respecto expone:

La comprensión (representación mental) del problema ha sido caracterizada mediante dos sub etapas: (a) traducción del problema a una representación interna, y (b) integración del problema en una estructura coherente. De manera similar, la fase de solución de un problema ha sido caracterizada mediante dos sub etapas: planificación y ejecución, que incluye seleccionar el proceso a seguir y ejecutar los cálculos necesarios para obtener una respuesta numérica. (Mayer, 1986a, 1986b)

Como lo expone Mayer (1986 a 1986b) el estudiante al momento de leer un problema verbal debe comprenderlo con el fin de encontrar las herramientas necesarias para su solución, dichas pautas es utilizar los mecanismos aprendidos, contextualizados y proceder a dar la solución.

Castro (2008) afirma: “Numerosos estudios se centraron en determinar el nivel de dificultad de los Problemas y las estrategias de resolución, en función de la categoría semántica y del lugar que ocupa la incógnita en el enunciado del problema” (p. 17). Una de las dificultades que se presenta en los estudiantes es el proceso que puede entender con facilidad los diferentes datos que tiene el problema, pero no encuentra que caminos seguir para poder resolverlo y llevarlo a aplicar al contexto. Sánchez (2003) al respecto expone:

La memoria que hace avanzar la construcción del conocimiento de las situaciones problemáticas no es la memoria mecánica sino la lógica, que presupone preliminarmente el trabajo del pensamiento, recordando el sentido de la actividad que se aprende y no la actividad; desglosándola, dividiéndola, analizándola, distinguiendo sus partes más importantes, la esencialidad de las relaciones que se dan y la extensión de su dinamismo. (p. 170)

Como lo expone Sánchez (2003), al resolver problemas, se puede evidenciar que al momento de hacer las respectivas actividades algunos estudiantes realizan los ejercicios con facilidad, llevan los procesos, pero otros presentan dificultad para realizar los respectivos procesos y dificultades que pueden estar asociadas al aprendizaje, dificultades, cognitivas, didácticas, ontológicas entre otras. De esta manera. Pain (2002) plantea:

Están asociadas al sujeto, una situación indicativa de este trastorno es cuando el individuo presenta un rendimiento diferente al resto de sus compañeros, presentando problemas de adquisición y uso de las capacidades que le limitan o marginan del acceso al conocimiento. (Pain, 2002).

Como lo expresa Pain, (2002), hay dificultades que tienen los estudiantes que no dependen de su aprendizaje sino de sus capacidades que lo limitan a un nuevo aprendizaje.

En algunos estudiantes se observa que tienen dificultades en el manejo de lateralidad, motricidad, ritmo, la comprensión lectora, el orden de los sucesos, etc. Lo cual repercute al desarrollo del aprendizaje en la resolución de problemas verbales al respecto Godino, Batanero (1994) afirman:

Al resolver un problema verbal los estudiantes se encontrarán diferentes signos y letras los cuales le darán valores o significados y relaciones diferentes, lo cual permitirá que dicho problema además de los datos matemáticos pueda contener otros símbolos. (p., 14, 3, 325-355).

Así como lo expresan Godino y Batanero (1994), al resolver un problema verbal los estudiantes encuentran diferentes signos que muchas veces no los conocen y estos va a dificultar el proceso de la solución del problema, otros signos pueden aparecer para distorsionar la información y que en ultimas no tienen nada que ver con el problema.

Pero en otro aspecto Godino y Batanero (1994), en las teorías realistas, el significado es “una relación convencional entre signos y entidades concretas o ideales que existen independientemente de los signos lingüísticos, como consecuencia suponen un realismo conceptual (pp. 14, 3, 325-355).

Así, como lo afirman, Godino y Batanero (1994), los diferentes símbolos que tienen los problemas, los cuales los estudiantes deben encontrar su significado, así como reconocer los valores que hay allí presentes y de esta manera poder establecer su comprensión llevando a la solución el problema.

2.2.5 Resolución de problemas verbales

En cuanto a la palabra problema, enunciado que muchas veces nos pone en suspenso, por el mismo significado que se le ha dado, ¡huy! que duro, ¿difícil?, ese concepto que muchas veces se tiene como erróneo. Pero según afirmaciones sobre problema Lester, (1983) expresa: “Problema es una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un cambio rápido y directo que lo lleve a la solución”

Como lo plantea Lester (1983), la resolución de problemas debe ser algo relacionado con las matemáticas y la estrecha relación con las diferentes situaciones problema que se pueden encontrar en cualquier contexto, el estudiante al enfrentarse a una situación de estas muchas veces no sabe cómo encontrar una solución, no lo entiende o los datos que aparecen allí no sabe cómo organizarlo.

En cuanto a las diferentes concepciones que se le pueden dar en cuanto a lo que es problema o resolución de problemas. (Borasi, 1986; Kilpatrick, 1982; Puig, 1992-1993) que también realizan una revisión amplia de las nociones de "problema" y "resolución de problemas". Pero en este trabajo se dará prioridad a la resolución de problemas motivos que permiten entender y llevarlos y aplicarlos al contexto donde el estudiante se relaciona.

La resolución de problemas, tema que, al ser abordado por los estudiantes, ellos manifiestan que no les gusta este tema porque no los entienden con claridad y muchas veces no pueden seguir los procesos para encontrar las respuestas. Refiere Sánchez (2003) afirma: “Los problemas verbales son aquellos que, a partir de un enunciado y una base de datos, el estudiante lograra entender desde la comprensión y las diferentes herramientas lógicas formales, el análisis del texto con el fin de lograr su interpretación”.

Castro (1995) afirma: “En los problemas de expresión o formato verbal la información viene dada mediante un texto que consta de una o varias frases. A los problemas aritméticos cuya expresión o enunciado es verbal se les llama problemas aritméticos verbales (PAEV)”.

También hay otros factores que se relacionan con la resolución de los problemas verbales, que en gran medida pueden estar afectando la comprensión de estos el proceso de enseñanza aprendizaje, debido a otros factores que no pueden ser del aprendizaje. Genyea (1983) y Campanario, (1995) exponen:

En los últimos años se empiezan a considerar factores metacognitivos que explican, en partes, las dificultades de los alumnos en la resolución de problemas de ciencias. Así, por ejemplo, uno de estos factores es la concepción epistemológica de los alumnos sobre las ciencias y el conocimiento científico. Si los alumnos creen que el proceso de resolución de problemas consiste en aplicar unas formulas a una visibles que deben

aparecen en el enunciado, es muy posible que encuentren dificultades al resolver problemas abiertos o problemas en los que es preciso seguir un proceso más indirecto. Incluso, es posible que estos sujetos estén lleguen a considerar que los problemas abiertos sin datos numéricos no son auténticos problemas del tipo al que están habituados a resolver habitualmente en clase. En muchas ocasiones los alumnos ni siquiera son capaces de darse cuenta de que las soluciones que encuentran a los problemas son apropiadas o inconsistentes con los enunciados. (p, 87-126).

Como lo proponen Genyey (1983) y Campanario (1995), los estudiantes al resolver un problema verbal deben aplicar lo aprendido con el fin de solucionarlo y de cierto modo conocer el problema y llevarlo a un contexto para encontrar la respuesta.

Como se ha dicho a la resolución de problemas verbales, en el Centro Educativo el Danubio, en la Sede El Poblado, poco cuidado se ha puesto a los estudiantes en las dificultades que tienen; no saben leer bien, hacen lecturas y no entienden lo que leen, problemas en la comprensión de dichos textos, es decir el análisis de la estructura como está formado el problema. (Símbolos, grafica, dibujo, letras, y números).

También es necesario que se conozca como los estudiantes resuelven los problemas de una manera mecánica, pero hay datos que necesitan ser bien analizados para poder encontrar su respuesta de lo contrario se estaría haciendo aproximaciones. Según Moreno & Waldegg (Citado por Obando & Munera, 2013).

Una situación problema [...], es detonador de la cualidad cognitiva, para que esto suceda debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender, debe presentar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez debe ser accesible a él, y debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.

En una situación problema cuando el estudiante si logra resolverlo da a entender que el aprendizaje obtenido ha sido metacognitivo, de esta manera logra demostrar que es competente en realizarlo, también demuestra que lo aprendido lo utiliza a otros contextos. Los siguientes aportes en cuanto a la metacognición, la toman como factor que favorece la comprensión y resolución de problemas, Domenech, (2004) expresan:

Ambos aspectos (capacidad intelectual y capacidad metacognitiva), estudiados conjuntamente, pueden aportar información valiosa sobre las propuestas educativas en la resolución de problemas: si conocemos qué aspectos están incluidos en la resolución, qué procesos subyacen a la respuesta exitosa y qué características muestran las personas que resuelven correctamente, tendremos las pautas necesarias para educar en la resolución de problemas (Domenech, 2004).

En el desarrollo de las matemáticas los problemas de multiplicación se encuentran representados, ya sean escritos o en formas de multiplicaciones, pero al estudiante se le dificulta entender la forma de encontrar resultados llevándolos a la práctica y aplicarlos a otros problemas del contexto. Aprender a resolver problemas es la destreza más importante que los estudiantes deben aprender, Jonassen (2004) expone:

Pese a esta importancia, Jonassen pone de manifiesto que la resolución de problemas ha dejado de ser un centro de atención, y se pregunta por qué ha dejado de interesar la resolución de problemas en los ámbitos de investigación y no se realizan más esfuerzos en ayudar a los estudiantes a que aprendan a resolver problemas. (pp. 280-303)

Como lo expone Jonassen (2004), a los estudiantes la palabra problema, poco llama la atención, puede ser motivos que no encuentran esa estrecha relación y la importancia que tienen en nuestro contexto como su aplicación, también puede ser porque al estudiante no le guste resolver los problemas verbales porque no ha logrado entenderlos y contextualizarlos de tal manera que encuentre una utilidad en el contexto donde vive.

En las primeras etapas Lester (1982) afirma: “El énfasis se puso en si se podía enseñar a los alumnos a resolver problemas y la mejor estrategia metodológica para hacerlo”. En cuanto las estrategias para resolver los problemas verbales se podrían mejorar desde la didáctica de las matemáticas, la manera como se le contextualiza al estudiante una situación problema y como puede resolverlo a partir de que está aprendiendo.

En diferentes escritos Vergnaud (1981) también aporta aspectos sobre la resolución de problemas verbales:

El cual se plantea inquietudes similares con respecto a la resolución de los problemas aritméticos escolares. Analiza las nociones desde una perspectiva cognitiva y su orden de complejidad creciente. Considera que hay diferencia entre el orden en que el matemático las expone y el orden en el que el niño las adquiere “las matemáticas forman un conjunto de nociones, relaciones, sistemas relacionales que se apoyan unos en otros. Pero el orden en el que el matemático expone estas nociones no es evidentemente el mismo que el orden en el que el niño los adquiere. (p. 7)

Como lo manifiesta Vergnaud (1981), como el estudiante mira el problema verbal a la hora de resolverlo de una manera diferente a la que el profesor le explico, esto puede ser porque lo entiende de esta forma, y la manera de resolverlo le queda difícil, puede ser que no logro mejorar los obstáculos, es decir se aprendió el problema de la clase y no le es igual al del ejercicio o problema contextual.

Vergnaud (1981), El segundo aspecto que tiene en cuenta es el análisis de las tareas escolares “El análisis de las nociones que tiene que adquirir el niño y su orden de adquisición no es suficiente. En efecto, esta adquisición se hace a través de tareas escolares diversas”. En cuanto al desarrollo de las tareas escolares los estudiantes no las resuelven porque muchas veces no las entienden y el padre de familia tampoco le puede ayudar porque algunos no saben leer y otros dicen que no entienden las tareas que tienen que hacer los estudiantes.

El tercer aspecto es el análisis de los éxitos y de los errores, es decir, el análisis de procesos (Vergnaud, 1981) “El análisis de las tareas y el estudio de las conductas de los niños cuando están enfrentados a estas tareas permite hacer un análisis de los éxitos y de los errores”.

Como lo plantea vergnaud, los estudiantes muchas veces desarrollan las actividades, pero ellos creen que estas están bien desarrolladas, pero al momento de realizar las observaciones se puede encontrar que algunos procesos no fueron bien desarrollados. Por último, Vergnaud (1981) expresa que:

El análisis de los procesos no es suficiente por sí mismo para conducirnos hasta el final del análisis científico de los problemas que plantea la enseñanza de las matemáticas. En efecto, los medios utilizados por el niño, los caminos que sigue para resolver un problema o

alcanzar el objetivo requerido en una tarea escolar dada, están profundamente enraizadas en la representación que se hace de la situación. Según que perciba o no las relaciones, las transformaciones y las nociones en juego, con todas sus propiedades o solamente con una parte de ellas, o con una visión falsa de estas propiedades llegado el caso, el niño utiliza tal proceso o tal otro, y eventualmente se desinteresa de la tarea a la que se enfrenta. La noción de representación está, como la noción de proceso, en el centro de la psicología científica moderna. (p. 9)

Como lo plantea Vergnaud (1981) el estudiante realiza las tareas, pero muchas veces no llega a una respuesta verdadera, olvida los procesos que debe seguir o en situaciones no termina resolviendo el problema, de pronto no porque no pueda resolverlo sino más bien porque no ha tenido un aprendizaje metacognitivo, no aprendido a contextualizarlo. También la solución de problemas en matemáticas requiere que se tenga en cuenta los conocimientos previos del estudiante, es así como se refiere Sánchez (2003):

Que la educación matemática, basada en la resolución de problemas parte de la idea que el sujeto posee un conocimiento matemático que aprende a partir de su relación con el medio y ello debe de ser ampliamente considerado por la escuela. El aprendizaje que se genere al interior del aula será entorno a las reglas de desarrollo de destrezas, procedimientos específicos, algorítmicos, entre otros contenidos a desarrollar. La enseñanza de las matemáticas. (p. 170)

Como lo expresa Sánchez (2003), la resolución de problemas verbales el principio debe estar ligada a un contexto con relación a donde el estudiante vive, pero esta relación el estudiante aprende con problemas que él conoce y después llevarlo estos a otros contextos diferentes.

La resolución de problemas también requiere que el estudiante aplique y maneje las reglas desarrollando un proceso de aprendizaje, tal como lo menciona Orton (2003) afirma: “La resolución de problemas se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva”. Como lo plantea Orton es importante resaltar que a medida que el estudiante va aprendiendo asimile diferentes modelos, y de esta manera el conocimiento. Lo diferentes problemas verbales aparte de ser

difíciles también genera el conocimiento al estudiante a partir del proceso investigativo y científico que se genera desde el mismo problema. Woolfolk, (2006) Plantea lo siguiente, al resolver un problema verbal los estudiantes presentan dificultades porque al realizar la lectura no comprenden con facilidad y de esta manera se les dificulta aplicarlos a otros problemas. “El principal tropiezo al representar muchos problemas expresados verbalmente es la comprensión que tienen los estudiantes de la relación de la parte con el todo”.

Puig (1995) afirma: Define al problema aritmético de la siguiente manera “...será un problema aritmético siempre que los conceptos, conocimientos o recursos no estrictamente aritméticos de los contextos que aparecen en el enunciado no sean decisivos a la hora de resolver el problema”. Es decir, el enunciado podrá referir a un contexto real o imaginario siempre y cuando se apegue a las características ya citadas, es decir sus relaciones sean aritméticas.

Como lo menciona anteriormente Puig (1995), muchas veces los estudiantes a la hora de resolver un problema los diferentes no entienden los enunciados presentes en el problema verbal, es decir no pueden utilizar diferentes contextos para encontrar su aplicabilidad y resolverlo.

La resolución de problemas requiere un análisis y comprensión para lograr el resultado, de tal manera que el estudiante con los conocimientos adquiridos debe aplicarlos para encontrar la solución, tal como lo menciona Orton (2003) “La resolución de problemas se concibe ahora normalmente como generadora de un proceso a través del cual quien aprende combina elementos del conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva”. Los estudiantes al resolver los problemas deben tener en cuenta los procesos que deben desarrollar para encontrar la solución. La resolución de problemas conlleva dos niveles de análisis, según Puig (1995):

Microscópico: es aquel contexto en donde se observan conductas puntuales tales como: de qué manera busca la información, la utilización que le da al algoritmo al realizar una operación que juzga necesaria para resolver el problema, la evocación, si es que la realiza, de alguna situación similar o la imposibilidad de la resolución del problema entre otra.

Macroscópica: se observa todo el proceso a fin de categorizar las conductas puntuales, lo importante es encontrar las categorías del sujeto ideal. Colección matemática cultura y aprendizaje. Puig (1995).

Como lo menciona Puig (1995), las conductas a la hora de resolver un problema verbal están presentes en gran medida en como busco la información en el problema verbal planteo una respuesta de solución con el fin de encontrar una respuesta.

También hay que resaltar los diferentes procesos cognitivos que lidera el estudiante al momento de encontrar un problema verbal, procesos de comprensión formando un modelo mental con el fin de dar una solución a dicho problema, también encuentra otras dificultades que son de gran relevancia y que muchas veces frustran estos procesos en los estudiantes. De esta forma como lo menciona Lester (1983) unas categorías que afectan la resolución de problemas:

Que identificó un conjunto de categorías, que permiten agrupar los factores que afectan al éxito en la solución de problemas en cuatro grupos: factores vinculados a la tarea, factores dependientes del sujeto, factores relacionados con los procesos y factores ambientales, añadiendo una quinta categoría que tendría que ver con los instrumentos y la metodología de la investigación. Los factores vinculados a la tarea son aquellos asociados con la naturaleza del problema, por ejemplo, su contenido, su estructura, su contexto y la sintaxis del enunciado. Las características del sujeto juegan un papel importante en el éxito o fracaso en la resolución de un problema. Algunos factores analizados son el conocimiento matemático, la experiencia previa, la habilidad lectora, la perseverancia, el sexo, la edad y las habilidades espaciales, entre otras. (Lester, 1983).

Lo anteriormente expuesto por Lester (1983), hace referencia a lo que puede presentar el estudiante frente a la resolución de un problema verbal teniendo en cuenta otros factores que hacen parte de su contexto, como pueden ser la motivación, el afecto, y que de alguna manera estén afectando el proceso metacognitivo en su aprendizaje.

Es necesario conocer que todos los problemas verbales no tienen la misma estructura ni los mismos datos, es necesario que el estudiante a partir de un modelo de problema que adquiere un

aprendizaje metacognitivo lo pueda relacionar con las estructuras de otros problemas. También es necesario que se maneje las herramientas adquiridas en el aprendizaje de los conocimientos profundos. Bethencourt (1986) afirma partiendo de Mayer (1986) afirma: Que los problemas Aritméticos verbales encierran cuatro estructuras o niveles estructurales:

El primer nivel, “formato”, está determinado por la presentación planteamiento del problema, a través de distintas proposiciones que juegan un papel específico (asignación, relación, pregunta, referencias relevantes). El segundo nivel, “estructural”, está formado por el esquema de todo, parte, relación de las partes, valor de las partes, número de partes, etc. El tercer nivel lo conforman las propiedades semánticas de las relaciones matemáticas (cambio, combinación, comparación, etc.). El cuarto nivel lo constituyen los esquemas específicos de los distintos tipos específicos de las familias de problemas. Estrategias cognitivas en la solución de problemas (Bethencourt, 1986).

Es necesario conocer el desarrollo de los diferentes trabajos investigativos que se han centrado en el proceso de un aprendizaje metacognitivo en la resolución de problemas verbales multiplicativos. Pero es necesario que se tenga en cuenta la parte afectiva ya que encierra aspectos, así como las emociones y los sentimientos. La presente teoría formulada por Vygotsky (1995) expresa:

Hacia el final de su vida, para comprender las relaciones entre el sujeto y las situaciones en las cuales se llevan a cabo los procesos de desarrollo evitando la escisión entre aspectos afectivos, intelectuales y situacionales, algo que podría ser particularmente fructífero para atrapar las relaciones complejas que se establecen entre los sujetos y los escenarios educativos concretos (Vygotsky, 1995).

Según Vygotsky (1995), las diferentes relaciones afectivas, de comprensión, el buen trato, la amabilidad y disposición del docente para brindarle un espacio confiable al estudiante a la hora de resolver una clase, crea un ambiente agradable para que el estudiante despierte el interés por hacer los trabajos.

Las diferentes expresiones que muestran los estudiantes frente a los problemas que está resolviendo pone en evidencia que tan agradable y entendible es el problema para el estudiante, al reaccionar por medio de gestos, como lo propone McLeod (1992) expresa:

Opina que no es adecuado describir algunas de las reacciones emocionales más intensas que se producen en las aulas con dicho término. Por ejemplo, la experiencia ¡Ajá! en resolución de problemas es reconocida como un suceso placentero, pero de una duración limitada, y por tanto, parece que no entraría dentro de lo que la mayoría de los investigadores entienden por actitud (p. 397).

Las diferentes expresiones emotivas que tienen los estudiantes se ve reflejadas en los momentos cuando se revisa una actividad o cuando se califica una evaluación de esta manera se ve reflejada su actitud, al momento si se calificó con una buena nota o una mala nota. Como se puede encontrar con Tomasello (2005).

Las criaturas humanas tienen habilidades —únicas de la especie— de intencionalidad compartida, esto es, la motivación para compartir emociones, experiencias y actividades con otras personas. Estas capacidades, que se desarrollan de manera gradual, tienen como resultado la construcción progresiva de representaciones mentales de conocimiento que habilitarán al niño para participar en la cognición humana y, eventualmente, modificarla con flexibilidad (Tomasello, 2005).

Como lo expresa Tomasello (2005), las diferentes actividades que realizan los estudiantes en la escuela con los demás compañeros y el docente es una muestra de compartir la cual debe estar enfocada a un ambiente agradable de aprendizaje donde el estudiante pueda disfrutar de un bienestar atractivo por el buen trato de sus compañeros y el profesor, lo cual le permitirá un mejor aprendizaje. En la resolución de problemas los estudiantes tienen dificultades en la comprensión lectora del enunciado del problema, por lo tanto, no comprenden con facilidad los términos que hay en este. Así, como lo plantea Godino (1996):

El problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de

comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? (p. 418).

Como lo plantea Godino (1996), el problema no estaría ligado a lo explícito, porque el estudiante lo puede leer de una manera clara como está expuesto el problema, la dificultad estaría en lo implícito de este, en la comprensión que le dé al enunciado del problema y los procesos que seguirá para solucionarlo.

2.2.7. ¿Porque trabajar con problemas verbales?

Los diferentes enunciados que van encontrando en la construcción de conocimiento, ya sean problemas o figuras de objetos matemáticos le darán significados y los relacionara con lo aprendido. Es decir que los conocimientos aprendidos se deben aplicar de una manera demostrativa, utilizando representaciones que me permitan conocer el significado o producto del cual está realizando las tareas. Godino, Batanero y Font (2003), expresan al respecto:

Las matemáticas y el trabajo que se desarrolla son muy extensas, pero de la misma manera la utilidad que se le da es correlativa al contexto, es decir utilizo lo que necesito “¿Por qué es tan difícil, para la mayoría de los humanos, la resolución de problemas en matemáticas?” (p. 16).

Los estudiantes en la resolución de problemas tienen dificultad para llevarlo a un contexto y aplicarlo de una manera libre demostrando lo que han aprendido. Así como lo dice Godino, Batanero y Font (2003) afirman:

Resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de las matemáticas, sino el medio esencial para lograr el aprendizaje. Los estudiantes deberán tener oportunidades de plantear, explorar y resolver problemas involucrando un esfuerzo significativo (p. 16).

Como dice Godino, Batanero y Font (2003), la resolución de problemas es la forma como el estudiante logra entender su comprensión y la relación contextual, manifestando sus aprendizajes en la aplicación y uso en situaciones cotidianas.

Como los estudiantes deben poder utilizar lo aprendido para desarrollar los problemas que se encuentre en cualquier situación matemática, de esta forma Godino, Batanero y Font (2003) expresan:

Mediante la resolución de problemas matemáticos, los estudiantes deberán adquirir modos de pensamiento adecuados, hábitos de persistencia, curiosidad y confianza ante situaciones no familiares que les serán útiles fuera de la clase de matemáticas. Incluso en la vida diaria y profesional es importante ser un buen resolutor de problemas. (p. 40).

Los siguientes principios de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas son necesarios tenerlo en cuenta para que los estudiantes encuentren que los conocimientos adquiridos sean aplicables y contextualizados con el fin de demostrar los aprendizajes metacognitivos de las matemáticas en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa. Godino, Batanero y Font (2003), menciona uno principios que hay que tener en cuenta en las matemáticas:

1. Equidad: La excelencia en la educación matemática requiere equidad – unas altas expectativas y fuerte apoyo para todos los estudiantes.

2. Currículo: Un currículo es más que una colección de actividades: debe ser coherente, centrado en unas matemáticas importantes y bien articuladas a lo largo de los distintos niveles.

3. Enseñanza: Una enseñanza efectiva de las matemáticas requiere comprensión de lo que los estudiantes conocen y necesitan aprender, y por tanto les desafían y apoyan para aprenderlas bien.

4. Aprendizaje: Los estudiantes deben aprender matemáticas comprendiéndolas, construyendo activamente el nuevo conocimiento a partir de la experiencia y el conocimiento previo.

5. Evaluación: La evaluación debe apoyar el aprendizaje de unas matemáticas importantes y proporcionar información útil tanto a los profesores como a los estudiantes.

6. Tecnología: La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y estimula el aprendizaje de los estudiantes.” (p. 13)

Los siguientes autores mencionan que puede ser un problema verbal. Un elemento fundamental en la construcción del conocimiento matemático: es el lenguaje utilizado, que, iniciándose a partir del lenguaje cotidiano del niño (Orton, 1990) expresa:

Destaca los retos lingüísticos de la enseñanza de las matemáticas, debido a los múltiples sistemas semióticos utilizados para construir conocimiento: lenguaje oral, escrito, símbolos y representaciones como gráficos y tablas. Por tanto, el lenguaje del libro de texto consta no sólo de vocabulario y símbolos, sino de representaciones complejas, puede afectar al aprendizaje de las matemáticas si los alumnos tienen dificultad en su comprensión.

En este proyecto se va a trabajar problemas verbales con estructura multiplicativa ya sean orales, escritos, numérico, gráfico y con contenidos científicos, donde el estudiante encuentre relaciones en su contexto y pueda argumentar sobre su aprendizaje con las relaciones del lenguaje matemáticos. Frente a lo anterior se ha consultado en autores como Font y Godino (2006), expresan:

En consecuencia, cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones – problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulado en la configuración de la Figura 1. (p. 69)

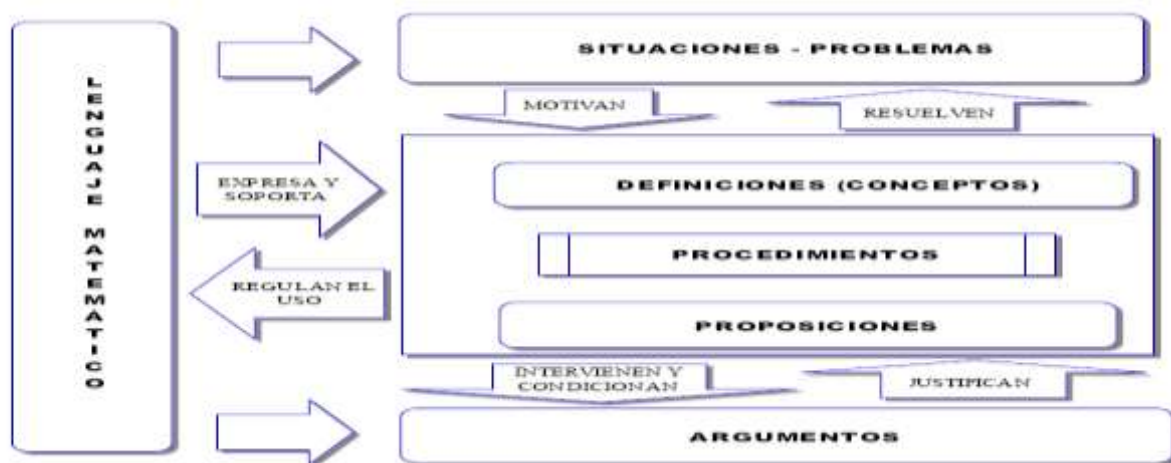


Figura 1. Configuración de objetos primarios

Font y Godino, propone pues la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios:

- Elementos lingüísticos: (términos, expresiones, notaciones, gráficos,) en sus diversos registros (Escrito, oral, gestual,)
- Situación - problema (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios.)
- Conceptos -definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función.)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos.)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo,). (Font y Godino, 2006, p. 69).

Los anteriores enunciados que mencionan Font y Godino como las tipologías que se debe tener en cuenta para que el estudiante a la hora de resolver un determinado problema verbal el estudiante deba manejar estas situaciones con el fin de poder utilizar dichos procesos. De igual manera Godino y Batanero (1994), plantea sobre cómo se manifiesta una actividad matemática:

Se considera practica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas. (pp. 325-355).

Como lo expresan Godino y batanero (1994), una práctica matemática está enfocada a cualquier situación problema que el estudiante pueda encontrar o plantear en cualquier contexto diferentes al salón de clase, donde los problemas los puede encontrar escritos, de manera gráfica dependiendo los signos que estos contengan. Lo importante es que el estudiante pueda expresar su contextualización es decir explicarlo y encontrar una solución.

2.2.8 Problemas de multiplicación

En los problemas de multiplicación los estudiantes presentan dificultades por el motivo que en la aplicación al resolver un problema no saben cómo aplicar la fórmula para obtener los resultados, de igual manera tampoco pueden representar un producto multiplicativo en un contexto donde pueda encontrar una relación de expresión gráfica de dicho resultado. Por otro lado, si asumimos con Vergnaud (1991):

Se pueden distinguir dos grandes categorías de relaciones multiplicativas... La más importante de ellas, que se utiliza para la introducción de la multiplicación en la escuela primaria y que forma la trama de la gran mayoría de los problemas de tipo multiplicativo, es una relación cuaternaria y no una relación ternaria; por ello no está bien representada en la escritura habitual de la multiplicación: $a \times b = c$, ya que dicha escritura no comporta más que tres términos.... (p.197).

Es necesario que el estudiante conozca la multiplicación y su estructura, el concepto, las propiedades y las diferentes formas como puedo relacionar una multiplicación en un contexto y aplicarlos como un producto de valores que permiten relacionar diferentes datos.

Los problemas de multiplicación son para los estudiantes una dificultad por tal motivo hay una necesidad de llevar a cabo su estudio, para conocer dichos problemas, autores como Vergnaud (1983) “proponen el estudio de la estructura multiplicativa y en ella ubican problemas diferenciados en función de las exigencias que su solución plantea a cualquiera que los resuelva correctamente”. Para trabajar la multiplicación desde el contexto de la resolución de problemas, se opta por la conceptualización propuesta por Vergnaud (1983) expresa:

Vergnaud ha abordado las relaciones y operaciones y otros conceptos, creando la noción de campo conceptual: “un conjunto de problemas y situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar conceptos procedimientos y representaciones de diferente tipo estrechamente interconectados (p. 127).

En las diferentes formas que se ha enseñado la multiplicación siempre a los estudiantes por medio de una fórmula, se le ha diseñado una estructura como están representadas las multiplicaciones, quizá esta fórmula $A \times B = C$.

Para Vergnaud se trata de una relación cuaternaria entre 4 cantidades y dos tipos de medidas.

Dos cantidades corresponden a medidas de un cierto tipo (por ejemplo, número de objetos) y las otras dos, son medidas de otro tipo (por ejemplo, su precio) Este análisis genera el siguiente tipo de esquema que ejemplifica los espacios de medida que se establecen y las relaciones entre las cantidades:

M1 M2

A B

C D (p. 127).

En esta estructura propuesta por vergnaud, donde se encuentra cuatro factores que pueden inferir en encontrar un resultado de una multiplicación lo define así: Vergnaud (1983) afirma: “Una estructura que consiste en una proporción múltiple entre los espacios de medida M1 y M2. En ella se identifican 4 subclases de problemas: de multiplicación, dos tipos de división y la regla de tres”.

Es decir, muchas veces los estudiantes al realizar las multiplicaciones las realizan repitiendo reiteradamente en formas de suma formando cantidades ya sea de palitos, canicas u otros elementos, de esta forma realizan su conteo, esto se presenta porque hace falta una forma de contextualizar las multiplicaciones.

En cuanto al desarrollo de los procesos multiplicativos como está estipulado en las Cartillas de Escuela Nueva, el estudiante debe aprender a multiplicar a partir del proceso de las sumas sucesivas y de esta manera encontrar como está representada la multiplicación, proceso que muchas veces los estudiantes se les dificulta entender porque dicen aprendo sumas o multiplicaciones. Se ha consultado a autores y ellos han manifestado Fernández (2007), expresa:

En la multiplicación son dos los universos los que intervienen en su resolución, pero lo aprendido dice algo diferente, enfrentándose a un dilema irresoluble ¿cómo desvincular mentalmente el signo + del x? ¿Qué sentido tendría para los teóricos adquirir dos tipos de operaciones que en sí son iguales? Ejemplo $5+5=10$ y $5 \times 2=10$ sobre todo cuando lo aprendió en el ámbito escolar, en este caso específico la dificultad que tiene el niño es a raíz de un conocimiento poco confiable ya que en un futuro mediano le va a obstaculizar la comprensión y la adquisición de la estructura misma. (pp 119-130)

Como lo expresa Fernández (2007), el estudiante a la hora de resolver un problema verbal, debe conocer los símbolos que se manejan en dicha operación con tal finalidad, conocer los diferentes términos y la operación que debe hacer una suma o una multiplicación.

2.2.9 Unidad didáctica

La elaboración de la Unidad Didáctica, debe tener apropiación de recursos didácticos, metodológicos y epistemológicos como una herramienta de aplicación en los procesos que llevara a cabo en la enseñanza y aprendizaje, permitiendo llevar al estudiante un conocimiento metacognitivo, basados en diferentes teorías científicas, dando lugar al aprovechamiento de todos los aportes aprendidos en la profesionalización docente. También es necesario tener en cuenta las ideas previas con el fin de hacer las argumentaciones científicas en los procesos investigativos por medio del cual se determinará los diferentes obstáculos que pueden presentar

los estudiantes en los conocimientos adquiridos. Por lo tanto, Viennot (1979) define la idea previa así:

Aquellos conceptos que traen los estudiantes antes de adquirir un conocimiento formal, entendido este último como el conocimiento que abarca el talento y comprensión de los conceptos científicos. Las ideas previas las adquieren los estudiantes en contextos bien sea culturales, familiares, escolares o sociales, entre otros. Estas no deben considerarse como erróneas; por este motivo, es importante que el maestro comprenda las ideas que tiene el estudiante, porque estas ideas son diferentes de las establecidas por conocimiento científico y hay que indagar su origen y planear nuevas estrategias para modificarlas (p. 264).

De esta forma como lo expresa Viennot (1979), es necesario tener en cuenta los conocimientos previos con el fin de hacer argumentaciones científicas, permitiendo evolucionar dichas dificultades y mejorar los conocimientos previos.

El docente debe conocer las ideas previas que traen los estudiantes con el fin de encontrar como están formados esos conceptos previos. Tamayo et al. (2011) exponen:

En el proceso de exploración de ideas previas, el docente adquiere la habilidad de agrupar las diversas de los estudiantes, de acuerdo con atributos similares y, en determinados casos, con modelos científicos. Estas agrupaciones o taxonomías se convierten en insumos u objetos de análisis que enriquecen la enseñanza, porque permiten hacer comparaciones con los modelos científicos. La comparación permite, según el caso, sustituir la idea previa por el conocimiento científico, actividad que da lugar a la adquisición de un conocimiento especializado. (p. 107)

Como lo expone Tamayo (2011) es necesario conocer las ideas previas que traen los estudiantes con el fin indagar estos argumentos que pueden servir para la enseñanza, pero hay que mejorarlos con los argumentos científicos. En el desarrollo y aplicación de una Unidad Didáctica es necesario tener en cuenta el aprendizaje que obtendrán como resultado del ejercicio didáctico y el cambio de conceptos a partir de afirmaciones teórico científicos con el aprovechamiento de los diferentes modelos multiplicativos permitiendo las creaciones mentales

como una demostración de aprendizajes metacognitivos. Se define el concepto de Unidad Didáctica a partir de los planteamientos presentados por Tamayo (2006) y Sánchez Blanco & Valcarcel (1993).

Igualmente, presentamos el modelo de unidad didáctica diseñado en el marco del proyecto de investigación y describimos cada uno de sus componentes. Se entiende por unidad didáctica (en adelante, U.D) como un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico en nuestro caso particular las ciencias naturales y las matemáticas para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada. El proceso flexible de planificación parte, primero, del pensamiento del docente, determinado por su saber específico en el área del conocimiento objeto de la enseñanza, su experiencia docente, los conocimientos previos de los estudiantes, las políticas de educación institucionales y nacionales, los recursos disponibles para el desarrollo de la práctica de enseñanza y aprendizaje y la ejecución y evaluación de dicho proceso. La definición de UD muestra claramente una visión compleja de la enseñanza y el aprendizaje, desde la perspectiva de la *naturaleza de la ciencia*; se abandona el punto de vista transmisionista del docente, la asimilación pasiva por parte del estudiante y se adopta una postura constructivista (desde una perspectiva cognitiva –evolucionista) del proceso de enseñanza y aprendizaje. Desde este marco conceptual se considerado el aula de clase como un espacio en el cual los estudiantes se involucran con lo que es la ciencia y el trabajo científico, lo que da origen a la denominada *ciencia escolar* (Tamayo et al., 2005).

Se entiende por Unidad Didáctica como “un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico, para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada”. Como lo afirma Tamayo (2005), la Unidad Didáctica es un proceso que debe ser elaborado de acuerdo a las dificultades que se encuentren en los estudiantes dentro del proceso enseñanza y aprendizaje, en este caso las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero. La elaboración de la Unidad Didáctica debe estar enfocada

con referentes que enmarquen toda esta problemática y de igual manera planear talleres para mejorar estas dificultades con la interacción entre docente y estudiantes.

En cuanto a unidades didácticas se ha consultado a diferentes autores los cuales hacen las siguientes definiciones:

Moreira (1993). Hace una clasificación de Unidades Didácticas que se privilegian en educación.

1. Diseño e implementación de Unidades Didácticas por parte de los docentes para implementar con los estudiantes.

2. Diseño e implementación de Unidades Didácticas en maestros de formación para aplicarlas con sus estudiantes en sus prácticas pedagógicas.

3. Diseño e implementación de Unidades Didácticas por grupos de maestros con el fin de reflexionar entre ellos y fortalecer procesos de investigación en el aula.

Las Unidades Didácticas son los soportes que se tienen dentro del trabajo escolar con el fin de brindar un desarrollo de las actividades con el fin de llevar a los estudiantes conocimientos metacognitivos de una manera planeada. De esta forma Tamayo (2001) expone:

No obstante, es necesario tener en cuenta que el diseño de las unidades didácticas para la enseñanza de las ciencias experimentales, los componentes que integran dicha unidad varían en función de las exigencias institucionales, el contexto académico, las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, el saber específico de los profesores y los recursos disponibles: tiempo, espacios, herramientas, tamaño de los grupos, entre otros, lo que permite asumir un modelo como una representación flexible dependiente del contexto. (Tamayo, 2001).

Como lo plantea Tamayo (2001), las Unidades Didácticas muestran las formas como deben ser el desarrollo de las actividades con los estudiantes con el fin de dejar una enseñanza de los temas que quiero enseñar y debe estar enfocada al contexto, es decir al estudiante en el desarrollo de lo que se hace necesario complementar dichos conocimientos previas con los aportes científicos.

En la construcción de conocimiento, el aprendizaje ocurre por las situaciones externas propiciadas por los libros, la autorregulación del docente en sus prácticas educativas, los experimentos, como la exploración de las ideas previas que anteceden a cualquier situación de enseñanza. En tal caso, se trata de modificar, mejorar o cambiar las ideas previas existentes en los estudiantes. Así, el conocimiento lo construye cada individuo y su evaluación está dada, tanto por docente para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

El diseño e implementación de una Unidad Didáctica me permitirá llegar directamente al problema, conocer a fondo los diferentes aspectos que requieren para lograr los resultados y de esta manera entender que tiene el sujeto como algo previo y así mejorar estos conocimientos con un ajuste desde los conocimientos científicos.

Las Unidades Didácticas como herramientas investigativas para el docente en su formulación su contenido se enfocaría al estudio y análisis desde una perspectiva científica. El docente como investigador desde de la problemática encontrada y a partir de una metodología descriptiva y un amplio proceso conceptual a partir de la observación directa sobre la dificultad en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa, donde se quiere que dichos procesos científicos investigados sean llevados a cabo con el fin de mejorar estos términos previos para dar una respuesta desde un punto analítico científico como muestra del aprendizaje. Tamayo (2009) expone:

En el modelo de Unidad Didáctica presentada, la metacognición cobra importancia cuando los docentes y los estudiantes la explicitan en el aula de clase, mediante la comunicación (verbalizaciones, escritura de textos, expresión corporal representaciones gráficas, etc. (p. 116).

Como lo expone Tamayo (2009), al desarrollar una Unidad Didáctica el estudiante debe aprender a resolver otros problemas que le permitan utilizar lo aprendido, no simplemente resolver los problemas que se tomaron como ejemplo, sino más bien partir de este para resolver otros. De esta manera es como el estudiante de muestra que su aprendizaje lo puede utilizar para resolver problemas si ha logrado su contextualización.

Para la elaboración de la Unidad Didáctica es necesario tener en cuentas los procesos para llevar a cabo en la elaboración y el seguimiento a los resultados, así como lo plantea San Martí (2005) expresa:

2.2.10 Estrategia metodológica para el diseño de unidades didácticas

I. Planeación

- a) Creación del equipo de trabajo.
- b) Selección de la unidad didáctica.
- c) Formación en aspectos conceptuales y metodológicos al grupo de docentes involucrados en el diseño de la U.D.
- d) Elaboración del diseño curricular de la U.D por el equipo de docentes.
- e) Diseño del instrumento para la identificación de ideas previas en los estudiantes.

II. Desarrollo y seguimiento

- a) Puesta en práctica en el aula del diseño realizado.
- b) Reuniones de seguimiento del equipo de docentes.

III. Evaluación

- a) Planificación del qué y cómo se va a evaluar.
- b) Recogida de datos (diarios, observaciones, cuestionarios, entrevistas, observaciones...).
- c) Análisis, discusión y reflexión sobre resultados obtenidos.

IV. Comunicación y difusión escrita de la experiencia

Redacción del informe final de la Unidad Didáctica. (SANMARTI, 2005, pp. 13-58).

CAPÍTULO 3.

3. METODOLÓGIA

El Centro Educativo El Danubio se encuentra la Sede El Poblado, lugar donde se desarrollará el trabajo investigativo con 22 estudiantes de grado tercero y un docente. Esta Sede conformada por 72 familias y las viviendas de las familias algunas están construidas en madera, techo de zinc, algunas en piso de tierra, otros en concreto. Las familias están conformadas en diferentes núcleos familiares así: Papá - mamá, abuela - mamá, papá – madrastra, mamá - padrastro, abuela - nietos etc.; predominando el núcleo familias papá - madrastra, mamá-padrastro y niños huérfanos y en situación de desplazamiento. Esto en gran medida ha generado que las relaciones afectivas de los estudiantes no sean las mejores, porque no se encuentra núcleos familiares bien establecidos.

La infraestructura de la escuela de la Sede El Poblado no está bien construida debido a que es un barrio nuevo y el apoyo de las autoridades del Municipio de Puerto Asís poco han aportado para el mejoramiento de esta. En el trabajo escolar los profesores desarrollan las actividades académicas con la metodología Escuela Nueva- Escuela –Activa siguiendo los Estándares Básicos de Competencias y los Derechos Básicos de Aprendizaje.

Esta metodología de Escuela Nueva –Escuela Activa que tiene una flexibilidad estructural en el desarrollo de la enseñanza y aprendizaje del estudiante, se puede trabajar en diferentes ritmos del aprendizaje, es decir cada estudiante rinde de acuerdo a su trabajo. En el desarrollo del trabajo con los estudiantes se ha evidenciado muchas dificultades en el aprendizaje de las matemáticas, motivo por el cual se le dificultan las operaciones multiplicativas y la aplicación contextual a los problemas verbales propuestos para el grado tercero.

3.1 Categorías de análisis

Con respecto a las categorías de análisis se trabajaron las que tengan un nivel de apropiación más cercano frente a las dificultades a investigar con el fin de realizar un análisis de acuerdo a lo que dicen los estudiantes, el docente y lo que exponen los diferentes autores con sus aportes científicos. En relación a las categorías de análisis se tiene las siguientes.

Tabla 1. Cuadro de categorías y subcategorías

TITULO TESIS.	OBJETIVOS.		CATEGÓRIAS.	SUB-CATEGORÍAS.	AUTORES QUE RESPALDAN ESTE ANÁLISIS.
DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES CON ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN NIÑOS DE TERCER GRADO.	GENERAL. -Identificar las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en el Centro Educativo El Danubio sede	ESPECÍFICOS. -Implementar actividades para mejorar las dificultades en la resolución de los problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en la Centro Educativo El Danubio Sede El Poblado.	OSBTÁCULOS DIFICULTADES.	DIDÁCTICAS. COGNITIVAS. EPISTEMOLÓGICAS.	Gómez, M. M., Sanmartín, P. N, (2002), pág. 182-195). Brousseau (1983).
				SEMÁNTICAS.	Puil &Cerdán F, (1995). Vergnaud, (1991), pág. 174. Godino, (1996), pg. 418.
				SINTÁCTICAS.	Castro, (2008). Sánchez, (2003), pp. 170. Godino, Batanero,

	El Poblado.				(1994). Godino y Batanero p14, 3, 325-355.
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.			RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	METACOGNICIÓN. PROBLEMAS ORALES Y ESCRITOS. ACTITUDES FRENTE A LOS PROBLEMAS.	Lester, (1983), Castro, 1995, Jonassen, (2004), p. 280-303, Godino, (1996) pg. 418. McLeod (1992). RICO, L. (1991). pág. 243.
¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del grado tercero en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa?			¿POR QUÉ? PROBLEMAS VERBALES.	UTILIDAD Y CONTEXTUALIZACIÓN.	Godino, batanero y Font (2003). Font y Godino, (2006), p. 69. Godino y Batanero, (1994).
			PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN.	APLICACIÓN CONTXTUAL.	Vergnaud (1991), p.197, Castro, (1995), pp. 49.

3.2 Diseño metodológico

El siguiente cuadro presenta el diseño metodológico.

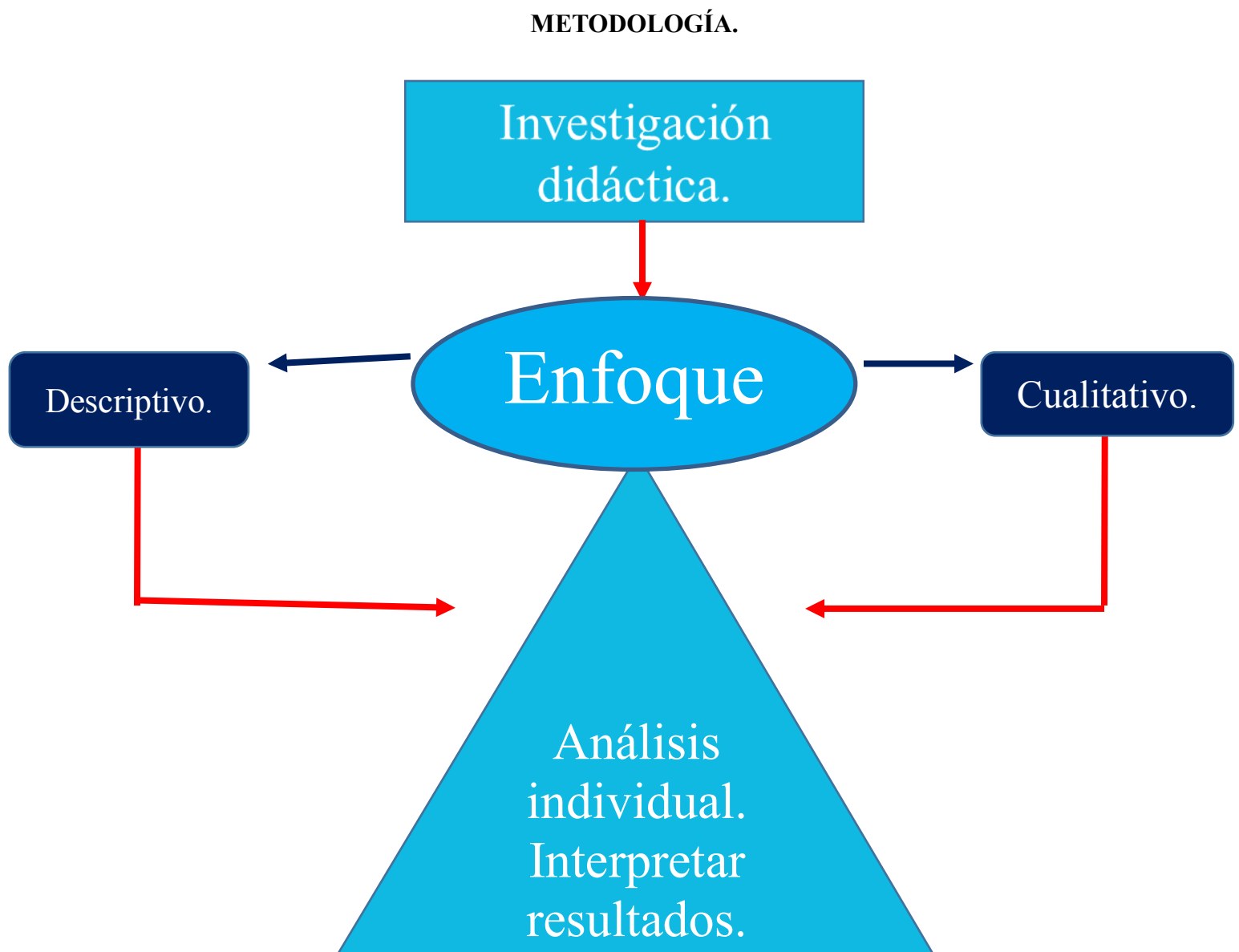


Figura 2. Diseño metodológico

La siguiente Unidad Didáctica se llevara a cabo la aplicación en la Sede Educativa El Poblado a los 22 estudiantes del grado tercero, se escogió este grado para el estudio realizado, donde se encontró estudiantes que tienen dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa y mediante este proceso de aplicación de esta Unidad Didáctica se quiere mejore el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes mediante una transposición didáctica permitiendo aprendizajes metacognitivos. Este proceso se lleva a cabo debido a que los estudiantes poco les ha gustado las matemáticas y poco demuestran motivación por querer hacer las actividades y desarrollar conocimiento científico.

3.3 Enfoque investigativo

La siguiente es una investigación con un enfoque cualitativo, descriptivo por tratarse de un grupo de estudiantes donde se hizo un análisis individual y subjetivo, se interpretarán resultados con un amplio proceso conceptual a partir de una observación directa sobre la dificultad en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los niños del grado tercero de la sede El Poblado. También es necesario conocer el desarrollo y manejo de las matemáticas que se ha tenido para llevar un aprendizaje a los estudiantes. De esta forma Godino (1991) expresa:

(Matemáticas, epistemología, psicología, pedagogía, sociología, semiótica, etc.) nos lleva a proponer la expresión “conocimiento didáctico-matemático del profesor” para referirnos a dicho complejo de conocimientos y competencias profesionales. Incluimos, por tanto, en el conocimiento didáctico, el conocimiento del contenido matemático en cuanto dicho contenido se contempla desde la perspectiva de su enseñanza. El control de las transformaciones que se deben aplicar al contenido matemático para su difusión y comunicación en los distintos niveles escolares debe ser también una competencia del profesor de matemáticas (Godino, 1991, pp. 105-149).

Como lo expresa Godino (1991), el conocimiento, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas debe estar enfocado a una interdisciplinariedad, es decir su relación con otras áreas del conocimiento. De tal manera que esta relación permite conocer al estudiante que no solamente se aprende matemáticas solamente el área de matemáticas, sino también en el área de las ciencias sociales y las ciencias naturales.

Esta investigación favoreció para conocer la capacidad de aprendizaje del alumno para realizar las actividades. Lo cual se tuvo en cuenta los diferentes procesos investigativos basados en las observaciones directas que se realizó a los estudiantes en los diferentes procesos educativos en la enseñanza aprendizaje, lo cual fueron encontrados en las calificaciones de evaluaciones y cuadernos. Una vez encontradas estas problemáticas se estableció trabajar sobre las dificultades en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los niños de grado tercero de La Sede El poblado.

Problemáticas encontradas en los estudiantes de la Sede El Poblado:

- Una propuesta de actividades para el desarrollo de los conocimientos previos se realizará de forma individual, conocimientos científicos y actividades encaminadas para conocer que aprendizajes metacognitivos han adquirido los estudiantes.

- Una propuesta de actividades modeladas con objetos reales para adquirir nuevos conocimientos, permitiendo que el estudiante desarrolle un proceso de aprendizaje metacognitivo.

- Trabajo individual y en grupos para conocer el liderazgo de los estudiantes, poniendo en común el desarrollo de las actividades para conocer los logros y las dificultades.

- Evaluación permanente en cada actividad propuesta para valorar las actividades y ayudar a mejorar a los estudiantes que tienen dificultades.

En el proceso de la enseñanza aprendizaje es necesario que se tenga en cuenta los diferentes métodos con los que llevara a cabo el desarrollo de las actividades, donde es necesario

conocer que dicha utilización genere un cambio conceptual en el aprendizaje de los estudiantes y de esta manera desarrolle sus competencias. Elliott, (1991) expresa:

El rol del práctico reflexivo es participar en un proceso de resolución de problemas en colaboración, en el cual la pertinencia o utilidad de su conocimiento especializado puede ser determinado y adquirir nuevo conocimiento... La propia práctica es una forma de aprendizaje que algunos de nosotros hemos denominado investigación en la acción. En este contexto el aprendizaje profesional es una dimensión de la práctica, más que una actividad llevada a cabo fuera del trabajo. (pp. 76-80)

Como lo expresa Elliott, (1991) los conocimientos adquiridos por los estudiantes, deben ser utilizados en la resolución de diferentes problemas del contexto, también aplicarlos a las pruebas saber, con el fin que lo aprendido lo practique y lo haga útil.

3.4 unidad de análisis

La unidad de análisis de este proyecto es la dificultad en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los estudiantes de tercer grado.

3.5 unidad de trabajo

Este proyecto se realizó a 21 niños de grado tercero, Centro Educativo el Danubio, Sede El Poblado, línea de investigación en matemáticas. Para el análisis y triangulación de las categorías se tomó una muestra de 7 estudiantes, análisis de manera cualitativa soportando algunos datos cuantitativos para extraer estadísticas que nos permita evidenciar los resultados encontrados. El desarrollo de este análisis hace referencia a la metacognición en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa bajo el problema ¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del grado tercero en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa? Dificultades por los obstáculos que presentan los estudiantes por aprendizajes que fueron aprendidos en contextos familiares, sociales o culturales y que se reflejan en las actividades que realizan los estudiantes en el proceso de su aprendizaje.

3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de información

Para recoger datos de información en el desarrollo investigativo de esta Unidad Didáctica se utilizó la observación participante. La entrevista semi estructurada enfocada a conocer los conocimientos previos, pre saberes que tienen los estudiantes en cuanto a los conocimientos matemáticos y cuáles son los obstáculos que están permitiendo que no se logre un aprendizaje científico; un cuadro evaluativo con el fin de valorar las actividades por momentos de aplicación. También se manejó un cuadro de análisis por momentos de aplicación de las actividades.

3.6.1 Observación participante

Es una técnica que permite recoger datos a partir de la observación del grupo al que se está realizando la investigación. MARSHALL y ROSSMAN (1989), definen la observación como "la descripción sistemática de eventos, comportamientos y artefactos en el escenario social elegido para ser estudiado"

La observación participante ha sido por muchos años un sello de estudios tanto antropológicos como sociológicos. En años recientes, el campo de la educación ha visto un crecimiento en el número de estudios cualitativos que incluyen la observación participante como una forma de recoger información. Los métodos cualitativos de recolección de datos, han sido incluidos bajo el término global de "métodos etnográficos" en tiempos recientes. La observación participante proporciona a los investigadores métodos para revisar expresiones no verbales de sentimientos, determinan quién interactúa con quién, permiten comprender cómo los participantes se comunican entre ellos, y verifican cuánto tiempo se está gastando en determinadas actividades.

3.7 Instrumentos para la recolección de la información

Para la recolección de la información se utilizaron las técnicas de observación, cuestionarios escritos para encontrar las dificultades en los estudiantes, observación directa, algunas grabaciones de videos, fotografías. Estas evidencias se tuvieron en cuenta para llevar a cabo el respectivo análisis de los resultados encontrados.

3.7.1 Recolección de la información y análisis de resultados

Las diferentes actividades que se realizan con los estudiantes están enfocadas a llevar un aprendizaje Metacognitivo, pero al analizar los resultados de ideas previas demuestran dificultades en su aprendizaje. Si el aprendizaje de los estudiantes es de manera metacognitiva, este puede utilizarlo y aplicarlo a cualquier contexto, ya sea el escolar, familiar y social. En la aplicación de la Unidad Didáctica se quiere que el estudiante pueda tener un aprendizaje metacognitivo y que se pueda dar con la utilización de varios modelos como una herramienta en las prácticas de laboratorio en cada una de las actividades realizadas.

CAPITULO 4.

4. ANÁLISIS DE LA INFORMACION

4.1 Análisis del instrumento 1. Instrumento para detectar obstáculos

Se realizó una prueba diagnóstica para detectar obstáculos en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los estudiantes de tercer grado, esta prueba se aplicó con el fin de conocer los conocimientos previos que tienen los estudiantes frente a las operaciones y manejo de los problemas verbales multiplicativos, prueba seleccionada para detectar obstáculos cognitivos, didácticos y epistemológicos. Los diferentes planteamientos en cuanto a los obstáculos que presentan los estudiantes fueron tenidos en cuenta por los manejos que aplican en cuanto a sus procesos de aprendizajes. Dicha selección y elaboración de este instrumento fue basado en fundamentos teóricos para lograr especificar con claridad cada uno de estos obstáculos.

Tabla 2. Análisis de obstáculos

Obstáculos Identificados.	Respuestas de los estudiantes.
<p>Los siguientes obstáculos son determinados dependiendo de su origen, según Cid E. (2003).</p> <p>Epistemológicos/Conceptuales.</p> <p>Epistemológico, si su origen se encuentra en un conocimiento anterior que tal vez funcionó en otro contexto, pero no en una nueva situación. Para identificar los diferentes obstáculos se realizó una serie de preguntas con el fin de indagar a los estudiantes.</p> <p>Preguntas:</p> <p>1. ¿Cómo puedo utilizar la multiplicación en la tienda escolar?</p>	<p>(Acá se transcriben las expresiones de sus estudiantes, las cuales evidencia el obstáculo que identificó.</p> <p>Las siguientes fueron las respuestas que dieron los estudiantes a cada una de las preguntas.</p> <p>R.1:</p> <ul style="list-style-type: none">-Con los dulces y los multiplica.-Con las monedas todos los días.-Con las monedas.-Haciendo la multiplicación con umeros3, 3 y 6.

<p>2. ¿Cómo puedo representar una multiplicación en la venta de la tienda escolar?</p> <p>3. ¿Por qué al multiplicar números diferentes se encuentran resultados con igual número?</p> <p>4. ¿Por qué al cambiar de orden los números que multiplico el resultado es igual?</p> <p>5. ¿Para qué utilizó las multiplicaciones en los problemas verbales, si algunos resultados los puedo encontrar utilizando la suma?</p> <p>6. ¿Se puede resolver problemas con suma o</p>	<p>-Contando cuantos dulces vende la profe y hacer una multiplicación y sacar el resultado y dándole dulces a los niños.</p> <p>R.2:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Con las monedas. -Cuando compramos bombones. -$3 \times 200 = 600$. -Comprando y aprendiendo a multiplicar. -Contado cuánto vale los dulces que vende la profe y sacar la multiplicación 3×2. <p>R.3.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Porque los resultados salen iguales. -Porque a veces no es lo mismo. -Porque si la una es multiplicación y la otra es división y tienen los mismos números le da el mismo resultado. -Porque al multiplicar se comprende iguales los números. -Algunos dulces valen iguales que lo demás, pero algunos. <p>R.4.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Porque es multiplicación. -Porque cinco por cuatro le da lo mismo. -Porque los cambian de lugar, cambian y los colocan al revés y queda lo mismo y le da lo mismo. -Porque lo sumamos $233 + 320$ si hacemos la suma nos queda el delantero. -2×3 da igual que la pregunta 2. <p>R.5.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Para hacer las cosas bien. -Restando y dividiendo. -Para que estén bien. -Porque la multiplicación es fácil de hacer los problemas verbales. -Algunos problemas son con multiplicación. <p>R.6.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Que la suma se tiene que sumar y la
---	--

multiplicación? Si—No-- ¿Cuál es la diferencia?	multiplicación se multiplica.
	<ul style="list-style-type: none"> -Es que una es suma y la otra es multiplicación. -En que uno se suma y la otra se multiplica. -Porque la suma es contada 332+355 la multiplicación es multiplicar. -La suma es diferente resultado que la multiplicación.
7. ¿Por qué al comprar cambiamos las cosas con el dinero?	<p>R.7.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Porque la persona que va a comprar las cosas y el dinero se queda allá y uno se trae el producto. -Porque un billete de 2000 y compra un pan y le da monedas. -Porque un billete de dos mil compras un pan y no sobra nada. -Porque algunas veces nos equivocamos. -La ropa vale dinero y toca dar el dinero.
8. ¿Cómo se compraría en este momento si no existiera el dinero?	<p>R.8.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Se cambiaba maíz por arroz. -Se cambiaba papa con plátano. -Descambiando plátanos con papa. -Plátanos y chiro cambiando lo que tenía. -Tocaría hacer ropa de trapo que se encuentre en cualquier lado y cambiar cualquier cosa con ropa.
9. En el siguiente problema que operación debe realizar para encontrar la respuesta: Pedro compro 5 bombones a 300 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero pagó por los 5 bombones?	<p>R.9.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Se utiliza la multiplicación. -Juancho pago por los 5 balones 1.500. -Pedro pago por los 5 balones 1.500. -Da 1500. -Pedro pago 1500 pesos.
10. ¿Qué billetes y monedas que conoces, han utilizado para comprar?	<p>R.10.</p> <ul style="list-style-type: none"> -100-200-500-1000-2000-5000-10.000-20.000-50.000. -Una moneda de 1000 y un billete de 2000. -Una moneda de 100 y un billete de 1000 y un billete de 2000 un billete de 5000. -1000-200-100-2000- -El billete de 5000 y el billete de 10000 y de moneda 200-300-1000 y 100,
11. ¿Qué es más fácil contar las monedas o los billetes?	<p>R.11.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Es más fácil contar los billetes. -Las monedas.

<p>12. Pedro está en grado tercero, el papá le pregunto qué clase tuvo hoy. Pedro le contesto el dinero. Entonces el papá le pregunto. Entonces: ¿Qué es el dinero?</p> <p>13. Juan le pide a Andrés que parta un billete de 2000 pesos, por otros más pequeños. ¿Usted cómo lo haría?</p>	<p>-Contar las monedas. -200-300-400-500-600-700-800-900-1000- -Contar con monedas porque los pequeñitos no pueden andar con billetes.</p> <p>R.12. -El dinero es unos billetes. -El dinero es plata. -El dinero es plata. -El dinero sirve para pagar compra y hacer negocios. -El dinero es para comprar ropa y cualquier cosa.</p> <p>R.13. -Le daría 1000 pesos a Juan. -Le daría 1000 pesos. -Le daría de a 1000. -1000 1000. -Descambiando el billete de 2000 en monedas y repartirse con Andrés.</p>
<p>DIDÁCTICO. Didáctico si su origen es escolar, debido a la forma de enseñar o la orientación del currículo.</p> <p>14. Al cambiar un billete de 1000 pesos. ¿En cuál forma utilizo menos monedas?</p> <p>15. Si tengo 4 billetes de 1000 pesos y 8 monedas de 500 pesos. ¿Dónde hay más dinero?</p> <p>16. Si Ana me compra con 5000 pesos, 2 galleta de 500 pesos cada una y una gaseosa en 2000 pesos. ¿Cuánto dinero le sobra? ¿Qué operación debo realizar para encontrar el resultado?</p>	<p>R.14. -Comprando una cosa de 1000. -En monedas de 500. -En monedas de 500 pesos. -E 100 e 100 utiliza más monedas. En 1000 X 100 porque da 10000.</p> <p>R.15. -Están empatados. -Donde dice si tengo 4 billetes de 1000 pesos. -Dos le da lo mismo. -En ninguna de las dos porque en la de mil da 4000 y en 500 4000. -Es suma porque da 30.000.</p> <p>R.16. -Debe realizar una resta para encontrar el resultado.</p>

<p>17. Carlos tiene 10 monedas de 100 pesos. ¿Cuál es la operación que me permite encontrar más rápido la respuesta?</p> <p>18. Pedro tiene monedas y billetes que contar, pero él no sabe manejar la calculadora. ¿Cómo le puede ayudar?</p>	<ul style="list-style-type: none"> -Una resta -Una resta y le sobra 3500 pesos. -Una suma y le sobra 2000. -Suma porque Ana paga 7.000. <p>R.17.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Una suma. -Le da 1000. -Suma le da 1000 pesos. -La suma 1000 pesos. -Suma porque da 10.000. <p>R.18.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Haciendo una suma. -Contando con los dedos. -Si él tiene 10 monedas de 100y si él tiene 3 billetes de 10.000 mil en monedas son 1000 en billetes son 30.000 en total son 30.100 mil. -va ayudando con la calculadora y también va aprendiendo. -Haciendo suma o multiplicación o división.
<p>ONTOLÓGICOS: DELGADO (1998). Causados por ciertos funcionamientos automáticos del sistema cognitivo y no solo por factores de maduración que son compartidos por todo sujeto. Ontogenético, si su origen se encuentra en el desarrollo del estudiante.</p> <p>19. Cuando nos compran algo en la tienda escolar. ¿Debemos dar los regresos completos?</p> <p>20. Al realizar las cuentas de la venta de la tienda escolar. ¿Si al hacer cuentas para entregar nos sobra dinero que debemos hacer?</p> <p>21. ¿Qué representa el dinero para ustedes?</p>	<p>R.19.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Si. -Si tenemos que dar el regreso completo. -Si es 2000 y le compra algo mil le sobran 1000. -Porque si le decimos se pondrán de mal humor. -Si debemos dar el regreso. <p>R.20.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Comprar con el dinero. -Entregar a la dueña o al dueño. -Guardando la plata. -Devolverle a la profesora. <p>R.21.</p> <ul style="list-style-type: none"> -Alegría. -Para comprar algo que nos falta.

<p>22. ¿Por qué debemos comprar las cosas que necesitamos?</p> <p>23. Si al devolver Pablo se equivoca y le da menos a Juan, pero Juan no se da cuenta. ¿Qué debe hacer Pablo?</p> <p>24. ¿Por qué tenemos que hacer bien las cuentas?</p> <p>25. ¿Para qué sirven las multiplicaciones?</p> <p>26. Pedro tiene 2000 pesos. Juanito le dice: Tiene mucha plata: ¿Sera mucha plata 2000 pesos? ¿En este momento que puedo comprar con 2000 pesos?</p>	<p>-El número. -Como para comprar remesa. -El dinero nos representa porque nos ofrece sopa</p> <p>R.22. -Si no las compramos no podemos hacer nada sin ellas. -Para estar con salud y estar sano. -Para sobre vivir. -Para mantener sano. -Porque o sino nos morimos sin comida.</p> <p>R.23. -Recordarle a Juan que le dio menos monedas. -Para que este bien. -Suma. -Decirle que no se equivoque. -Debe darle lo que le regrese a Juan.</p> <p>R.24. -Porque si no las hacemos bien nos pueden robar. -Para sacar algo bien en la escuela. -Porque si no nos sacan mal. -No darles menos plata. -Porque nos regañan.</p> <p>R.25. -Para hacer las cosas bien. -Para que el niño sepa saber. -Para aprender a dividir. -Para hacer bien los problemas. -Para aprender a contar monedas.</p> <p>R.26. -Con 2000 pesos se compra una gaseosa de 1000 y un chito de 1000 -Es mucha plata para comprar. -Sí, pero si los sumamos entre los tres les daría 60000 mil. -Cualquier cosa que quiera comprar todo lo que quiera. -No es tanto porque puede alcanzar a las dos.</p>
---	--

<p>Cognitivo-Lingüístico. DELGADO (1998). El obstáculo cognitivo es un conocimiento que tiene dos aspectos, el primero, negativo, ya que impide acceder al conocimiento nuevo y, el segundo, positivo, porque la readaptación del conocimiento obstáculo a ciertas situaciones produce el conocimiento nuevo. (p. 502).</p> <p>27. ¿Cómo puede representar la multiplicación 4×5?</p> <p>28. Qué operación debes realizar en el siguiente problema: Pedro compro 10 caramelos a 200 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero pago por esta compra?</p> <p>29. Andrés quiere cambiar un billete de 2000 pesos, pero quiere que sean el mínimo del número de monedas. ¿Cuáles serían las monedas?</p> <p>30. Si en las tablas de multiplicar encontramos que 3×4 es igual a 12. ¿Cómo puedo representar este mismo número con otra multiplicación?</p>	<p>R.27. -Se puede también 5×4. 5×4 es 20. 5×4 20 y 2×10 20 5×5 25. -Dividiendo y haciendo sumas.</p> <p>R.28. -Debe pagar 2000 pesos. -A pago 200 pesos. -Le pago 2000 mil. -Le doy 2000 mil cien. -Pago 2000 mil.</p> <p>R.29. -4 monedas de 500 pesos. -Las monedas son de 100. -Las monedas son de 100 y el va y le descambia en monedas de 100 el regreso es 20 monedas de 100. -de 100 en 100. -Es 4000, 500 y 200.</p> <p>R.30. -Se puede 2×6 12- 6×2 12. 6×2 12 3×4 12 y ya encontré. 2×6 12 y 6×2 12. 6×6 y 3×4.</p>
--	---

Los siguientes obstáculos son determinados dependiendo de su origen, según **Cid E. (2003)**.

4.1.1 Epistemológicos/Conceptuales

Epistemológico, si su origen se encuentra en un conocimiento anterior que tal vez funcionó en otro contexto, pero no en una nueva situación. Para identificar los diferentes obstáculos se realizó una serie de preguntas con el fin de indagar a los estudiantes.

Preguntas:

1. ¿Cómo puedo utilizar la multiplicación en la tienda escolar?

R.1:

-Con los dulces y los multiplica.

-Con las monedas todos los días.

-Con las monedas.

-Haciendo la multiplicación con números 3, 3 y 6.

-Contando cuantos dulces vende la profe y hacer una multiplicación, sacar el resultado y darles dulces a los niños.

En cuanto a las respuestas que dieron los estudiantes; en la respuesta **R.1**, tiene un concepto de multiplicación en la forma como lo pueden utilizar, pero no un concepto claro sobre qué es y cómo la puedo representar y utilizar. Las respuestas si tienen una estrecha relación general dónde y cómo puedo utilizar la multiplicación, pero hace falta un poco de claridad explicando un factor multiplicativo que sea de manera razonable con una expresión manejada en nuestro contexto escolar. Lo expresa Brousseau (1983) así: El obstáculo de origen epistemológico está intrínsecamente relacionado con el propio concepto, es decir los estudiantes en las **R.1** no tienen un concepto claro sobre cómo utilizar la multiplicación, hacen valoraciones

donde quieren generalizar lo que es la multiplicación. Hace falta conocer una definición clara sobre cómo utilizar la multiplicación en los procesos escolares, problemas del contexto y para resolver problemas que a veces se presentan en las actividades que habitualmente se realizan, como comprar productos en la tienda, contar monedas.

En la siguiente situación se observa la segunda pregunta contestada al instrumento para detectar obstáculos en los estudiantes se presenta las preguntas y las respuestas así:

2. ¿Cómo puedo representar una multiplicación en la venta de la tienda escolar?

R.2:

-Con las monedas.

-Cuando compramos bombones.

- $3 \times 200 = 600$.

-Comprando y aprendiendo a multiplicar.

-Contado cuánto vale los dulces que vende la profe y sacar la multiplicación 3×2 .

En estas respuestas se observa que los estudiantes se aproximaron a dar unas respuestas con un contenido aprendido dentro de un contexto escolar, se observa que tiene gran validez porque aquí hablan de unos factores multiplicativos que hacen parte de una multiplicación, se aproximan a la realidad del contexto a la cual se está preguntando en este caso la tienda escolar y la relación con la multiplicación.

En la siguiente pregunta número tres que se realizó a los estudiantes sus resultados fueron:

3. ¿Por qué al multiplicar números diferentes se encuentran resultados con igual número?

R.3.

-Porque los resultados salen iguales.

-Porque a veces no es lo mismo.

-Porque si la una es multiplicación y la otra es división y tienen los mismos números le da el mismo resultado.

-Porque al multiplicar se comprende iguales los números.

-Algunos dulces valen iguales que lo demás, pero algunos.

Las respuestas que dieron los estudiantes frente a esta pregunta muestran que tienen la relación que hay entre los productos multiplicativos en cuanto a números que los productos son iguales. Pero hace falta entender porque y explicar porque se da esta situación si bien los factores son diferentes, pero sus productos son iguales. Estas relaciones que se pueden dar entre los factores multiplicativos de los que hay que realizar una explicación, así como lo menciona Cid E. (2003) lo epistemológico, si su origen se encuentra en un conocimiento anterior que tal vez funcionó en otro contexto, pero no en una nueva situación es decir esto que encuentra el estudiante se debe realizar en las clases una explicación basada en conceptos científicos para que el estudiante mejore estos conceptos y pueda encontrar por qué se da esta relación entre factores y productos multiplicativos.

Las siguientes respuestas corresponden a la pregunta, los estudiantes dan diferentes respuestas a partir de sus conceptos aprendidos.

4. ¿Por qué al cambiar de orden los números que multiplico el resultado es igual?

R.4.

-Porque es multiplicación.

-Porque cinco por cuatro le da lo mismo.

-Porque los cambian de lugar, cambian y los colocan al revés y queda lo mismo y le da lo mismo.

-Porque lo sumamos $233+320$ si hacemos la suma nos queda el delantero.

- 2×3 da igual que la pregunta 2.

En estas respuestas los estudiantes no muestran respuestas bien claras porque no manejan bien los productos multiplicativos. Parece ser que los estudiantes se saben algunos productos multiplicativos como las tablas de multiplicar, pero de una manera memorística sin ningún argumento que muestre porque hay relación si se cambia los números de orden el resultado sea igual.

En la siguiente pregunta se quiere determinar que obstáculos didácticos tienen los estudiantes frente a la pregunta y sus respuestas son las siguientes:

14. Al cambiar un billete de 1000 pesos. ¿En cuál forma utilizo menos monedas?

R.14.

-Comprando una cosa de 1000.

-En monedas de 500.

-En monedas de 500 pesos.

-E 100 e 100 utiliza más monedas.

En 1000×100 porque da 10000.

Las respuestas que dieron los estudiantes no fueron las más acertadas, muestran que tienen conceptos mal aprendidos o les hizo falta hacer más representaciones por medio de billetes didácticos, utilizar laboratorios de matemáticas y enseñar con diferentes modelos y desde esta manera el estudiante pueda realizar estas prácticas de manera representativa con el fin de lograr un aprendizaje metacognitivo Brousseau (1983). Los obstáculos de origen didáctico son resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen al establecer una situación de enseñanza por el docente, es decir cuando se enseña a los estudiantes estas prácticas educativas deben estar enfocadas a dejar un buen aprendizaje metacognitivo, es decir: utilizar un buen material de los laboratorios de matemáticas, la enseñanza de la ciencias matemáticas deben estar bien relacionada y entenderla dentro de un contexto escolar, social o familiar. En la siguiente pregunta y respuesta los estudiantes respondieron si:

Si tengo 4 billetes de 1000 pesos y 8 monedas de 500 pesos. ¿Dónde hay más dinero?

R.15.

-Están empatados.

-Donde dice si tengo 4 billetes de 1000 pesos.

-Dos le da lo mismo.

-En ninguna de las dos porque en la de mil da 4000 y en 500 4000.

-Es suma porque da 30.000.

En las anteriores respuestas se observa que los estudiantes tienen diferentes conceptos frente a esta situación, algunos se aproximan a dar una respuesta a la pregunta de una manera aceptable, otros se alejan de la respuesta dando otros conceptos que poco tienen relación de lo que se les está preguntando, parece que los conceptos que tienen en estas ideas previas son dificultades que se generan en un contexto social o familiar, aprendizajes con poco contenido científico. Brousseau (1983), los incorporaron también al aprendizaje de las matemáticas. Es en el campo de las matemáticas donde ha surgido una discusión sobre si las dificultades que tiene un alumno para resolver problemas, son obstáculos epistemológicos o bien obstáculos cognitivos asociados al razonamiento matemático, las diferentes situaciones o dificultades que tienen los estudiantes pueden ser mejoradas a partir de un aprendizaje metacognitivo, también puede ser que dichas dificultades se logran mejorar a partir de los nuevos conocimientos científicos.

El siguiente es un problema verbal, en el cual se puede identificar que dificultades presentan los estudiantes para llevar a cabo la solución de este problema.

16. Si Ana me compra con 5000 pesos, 2 galletas de 500 pesos cada una y una gaseosa en 2000 pesos. ¿Cuánto dinero le sobra? ¿Qué operación debo realizar para encontrar el resultado?

R.16.

-Debe realizar una resta para encontrar el resultado.

-Una resta

-Una resta y le sobra 3500 pesos.

-Una suma y le sobra 2000.

-Suma porque Ana paga 7.000.

En las diferentes respuestas que dieron los estudiantes se observa que su explicación presenta dificultades didácticas, cognitivas esto puede ser que los estudiantes no logran comprender la relación de los problemas verbales con el contexto al que se está hablando. Como se observa los datos que hay en este problema hacen parte del contexto de una tienda, los estudiantes deben aprender a manejar estos valores y aplicarlos dentro de un contexto, como puede ser la utilización de una tienda escolar. Al momento de dar las respuestas no saben qué operación realizar porque no han logrado analizar la estructura del problema, es decir que es lo que se quiere lograr con los datos y las preguntas propuestas.

En el siguiente problema se observa el conteo de monedas y la representación que el estudiante puede hacer a partir de la multiplicación como factores.

17. Carlos tiene 10 monedas de 100 pesos. ¿Cuál es la operación que me permite encontrar más rápido la respuesta?

R.17.

-Una suma.

-Le da 1000.

-Suma le da 1000 pesos.

-La suma 1000 pesos.

-Suma porque da 10.000.

Las respuestas que dieron los estudiantes no muestran la utilización de un proceso multiplicativo, sus respuestas muestran un resultado escrito sin la utilización de estos factores lo cual muestra que los estudiantes poco utilizan las operaciones multiplicativas para resolver

problemas verbales, es necesaria su utilización para encontrar de una manera más rápida. Las respuestas dadas están realizadas de un proceso mental.

La siguiente pregunta muestra un tipo de problemas donde el estudiante debe asumir sus datos y respuestas a partir de su propio conocimiento.

19. Cuando nos compran algo en la tienda escolar. ¿Debemos dar los regresos completos?

R.19.

-Si.

-Si tenemos que dar el regreso completo.

-Si es 2000 y le compra algo mil le sobran 1000.

-Porque si le decimos se pondrán de mal humor.

-Si debemos dar el regreso.

En las anteriores respuestas el estudiante se preocupa por ser legal en sus regresos, no realiza ningún tipo de operaciones para encontrar esta respuesta. Brousseau (1983) así: Los obstáculos de origen ontogénico son debidos a las características del desarrollo del aprendiz. Estos obstáculos que tiene el estudiante están enmarcados a solucionar los problemas de una manera legal utilizando un aprendizaje basado en respuestas claras, que no logre equivocarse, para lograr esto es fundamental que realice las operaciones matemáticas de una manera exacta, es decir que utilice lo aprendido para resolver problemas. Según Delgado (1998), los obstáculos ontológicos son causados por ciertos funcionamientos automáticos del sistema cognitivo y no solo por factores de maduración que son compartidos por el sujeto.

28. Qué operación debes realizar en el siguiente problema: Pedro compro 10 caramelos a 200 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero pago por esta compra?

R.28.

-Debe pagar 2000 pesos.

-A pago 200 pesos.

-Le pago 2000 mil.

-Le doy 2000 mil cien.

-Pago 2000 mil.

Las respuestas que dieron los estudiantes algunas respuestas están bien, otras no, se observa que los estudiantes responden sin realizar ningún tipo de operación como la multiplicación o suma. Delgado (1998), El obstáculo cognitivo lingüístico es un conocimiento que tiene dos aspectos, el primero negativo ya que impide acceder al nuevo conocimiento y el segundo positivo porque la readaptación del conocimiento obstáculo a ciertas situaciones que produce el conocimiento nuevo. Se observa que a pesar de que los estudiantes tienen dificultades para utilizar las operaciones multiplicativas, porque no se observa ningún tipo de operación, algunas de sus respuestas están bien, relacionan un tipo de operación multiplicativa en forma mental.

4.1.2 Conclusiones del instrumento 1

En muchas de las respuestas que dieron los estudiantes se les dificulta la utilización de las operaciones matemáticas para resolver problemas. Esta prueba fue elaborada para determinar los diferentes obstáculos en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa que se han convertido en dificultades para el nuevo aprendizaje científico, algunas de las dificultades presentadas hacen relación a obstáculos, didácticos, cognitivos, ontológicos y lingüísticos. Brousseau (1983), los incorporaron también al aprendizaje de las matemáticas. Es en el campo de las matemáticas donde ha surgido una discusión sobre si las dificultades que tiene el estudiante para resolver problemas, son obstáculos epistemológicos o bien obstáculos cognitivos asociados al razonamiento matemático. Los obstáculos cognitivos son las dificultades que tiene el alumno para conocer y resolver problemas y que no provienen necesariamente de un conocimiento anterior; en cambio el obstáculo epistemológico nos remite a algo más profundo que una laguna de conocimiento o una falta de razonamiento matemático. El obstáculo epistemológico nos sitúa en el “acto mismo de conocer”, se sitúa en el plano de los conocimientos anteriores, que fueron útiles en otras circunstancias y que ahora son una barrera

para alcanzar el aprendizaje de un concepto, de esta manera se puede evidenciar en el instrumento 1, que los estudiantes tienen varias dificultades que se encontraron relacionadas con aprendizaje y la resolución de problemas verbales. Este instrumento se relacionó con las actividades del momento 1 de la Unidad Didáctica, donde se aplicaron actividades con el fin de conocer las ideas previas que traen los estudiantes a la escuela.

4.2 Análisis del instrumento 2. Actividades de intervención

En las actividades del segundo momento se tomó las aplicadas en la Unidad Didáctica correspondientes al **M1, M2 Y M3**, esto con el fin de dar a conocer a los estudiantes los conceptos científicos de una manera clara para, mejorar los obstáculos epistemológicos que se estaban convirtiendo en dificultades para el nuevo aprendizaje científico. Se tuvo en cuenta en el desarrollo de los trabajos para sean de una manera significativa, se utilizaron los diferentes modelos del laboratorio de matemáticas, en su mayoría los que se elaboraron para la aplicación y utilización de la Unidad Didáctica.

4.2.1 Instrumento para la recolección de información

Este instrumento se utilizó con el fin de monitorear la capacidad que los estudiantes muestran en el proceso de enseñanza y aprendizaje en las actividades didácticas aplicadas en cada momento. Con el fin de orientar a los estudiantes que necesiten más cuidado en cada uno de sus obstáculos con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tabla 3. Instrumento Dos

EE. EL DANUBIO. SEDE: EL POBLADO FECHA: 6 DE JUNIO 2016.

NOMBRE: DOCENTE EDILSON CAMAYO. GRADO: TERCERO.

ESCALA DE VALORACION:

1. NUNCA. 2. ALGUNAS VECES. 3. REGULARMENTE. 4. SIEMPRE.

	Nombre del estudiante	MOMENTO DE UBICACIÓN				MOMENTO DE DESUBICACIÓN				MOMENTO DE REENFOQUE				LOGROS OBTENIDOS EN CADA MOMENTO			DIFICULTADES EN CADA MOMENTO			OBSERVACIÓN
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	M1	M2	M3	M1	M2	M3	
1	AA1.	4	4	4	4	4	4	3	3	3	4	4	4	4	2	3	-	2	1	Presentó dificultades en responder preguntas: ¿cómo? ¿Cuándo? ¿Por qué?
2	BB2.	2	2	3	3	3	2	2	2	2	3	3	2	2	1	2	2	3	2	Se le dificulta responder varias preguntas ¿cómo? ¿Cuándo? ¿Por qué? De igual manera sus respuestas no correspondían con lo que se estaba preguntando.
3	CC3.	2	4	3	3	3	3	4	3	3	4	2	4	1	1	2	3	2	3	Al realizar las diferentes respuestas a las preguntas planteadas su argumento es muy poco, es decir no realiza un descrito muy acorde a la realidad que se está preguntando.
4	DD4.	4	4	3	3	2	2	1	1	3	2	2	2	2	1	1	2	4	4	Presenta dificultades para entender los diferentes enunciados y de igual manera para realizar las

																				respuestas. Tampoco respondió en su totalidad.
5	EE5.	2	2	3	1	1	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	3	2	3	Presenta dificultades para realizar un escrito de u problema verbal, no sigue los procesos para la respuesta que quiere encontrar. Realiza las respuestas con un argumento no acorde a lo que se quería a la respuesta que se quería obtener.
6	FF6.	4	3	4	4	3	3	3	3	2	3	3	4	4	3	2	1	4	4	Desarrollo las actividades con algunas dificultades, las respuestas a las preguntas no fueron las correctas, puede ser que no entendió la pregunta .
7	GG7.	4	4	4	4	3	3	4	4	4	4	4	3	4	3	3	-	2	3	Algunas respuestas se encuentran sin el argumento concreto que explique la respuesta a las preguntas de manera clara. En algunos ejercicios se observa que fueron respondidos bien, pero otros presentan dificultades.

En anterior instrumento se llevó el registro de los datos obtenidos en los estudiantes que tomo como muestra para el análisis de los resultados. Teniendo en cuenta una escala de valores de 1 a 4, donde se representa de la siguiente manera, **1 NUNCA. 2. ALGUNAS VECES. 3. REGULARMENTE. 4. SIEMPRE.** Según los anteriores datos y las equivalencias de los números con respecto a las letras, la mayoría de estudiantes sus respuestas se encuentran en el 1, esto quiere decir que no realizaron bien sus respuestas, el siguiente valor es el 2 que corresponde que algunas veces acertaron sus respuestas, en el acierto 3, regularmente dieron opciones buenas de respuestas y por último la opción 4, siempre, fue la que menos registró datos en sus respuesta lo que equivale a decir que los estudiantes a pesar que mejoraron en sus dificultades encontradas

en el **M1** con el **M2**, se evidencia que aún tienen algunas dificultades que mejorar esto en cuanto a la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa.

4.3 Análisis del instrumento 3. Instrumento para detectar los cambios que se dieron en los estudiantes

En este tercer momento se aplicaron actividades a los estudiantes para que ellos utilice lo aprendido para la resolución de los problemas verbales. En las actividades realizadas corresponden al tercer momento (**M3**) de la Unidad Didáctica. Este análisis se realizó con los resultados obtenidos en cada una de las pruebas. Las actividades propuestas para detectar los cambios en los estudiantes en su proceso de aprendizaje están propuestas al (**M3**), se realizaron actividades representadas en problemas verbales con estructura multiplicativa, donde los estudiantes dieron algunas respuestas correctas, otros aún tienen dificultades que mejorar, pero se observa que si es necesario la utilización de modelos del laboratorio de matemáticas, los cuales les facilita un mejor aprendizaje a los estudiantes.

4.4 Análisis comparativo de los tres instrumentos

Teniendo en cuenta la aplicación de cada uno de los instrumentos en cada uno de los momentos y para determinar las ideas previas en los estudiantes se ha encontrado que el nuevo aprendizaje en los estudiantes se da de una manera metacognitiva cuando en el desarrollo y apropiación de los elementos y modelos del laboratorio de matemáticas son utilizados para los conocimientos de los estudiantes, se lleva a que los estudiantes contextualicen los diferentes problemas verbales a partir de una modelación para encontrar una estrecha relación del problema con el contexto. Las dificultades que tenían los estudiantes en las ideas previas, encontrar que eran dificultades dadas por diferentes características, unas de origen didáctico, esto se pudo presentar por las estrategias didácticas utilizadas por el docente, que no permitieron llevar al estudiante un aprendizaje metacognitivo. Como uno de los objetivos específicos era implementar actividades para mejorar las dificultades en la resolución de los problemas verbales con

estructura multiplicativa con los estudiantes de grado tercero, entonces en las actividades integradas a mejorar estas actividades se realizaron en el **M2**, donde se dio a conocer a los estudiantes los aportes científicos para mejorar dichas dificultades. Como se logró la implementación de las diferentes estrategias didácticas, se evidencio cambios en su aprendizaje, pero algunos estudiantes no lograron mejorarlas en su totalidad esto puede ser por que hizo falta hacer una retroalimentación de manera individual.

4.4.1 Triangulación de la información

Tabla 4. Cuadro de categorías y sub- categorías de investigación

TITULO TESIS.	OBJETIVOS.		CATEGORÍAS.	SUB-CATEGORÍAS.	AUTORES QUE RESPALDAN ESTE ANÁLISIS.
DIFICULTADES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS VERBALES CON ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN NIÑOS DE TERCER GRADO.	GENERAL. -Identificar las dificultades que presentan los estudiantes para resolver problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en el Centro Educativo El Danubio sede El Poblado.	ESPECÍFICOS. -Implementar actividades para mejorar las dificultades en la resolución de los problemas verbales con estructura multiplicativa en el grado tercero en la Centro Educativo El Danubio Sede El Poblado.	OSBTÁCULOS DIFICULTADES.	DIDÁCTICAS. COGNITIVAS. EPISTEMOLÓGICAS.	Gómez, M. M., Sanmartín, P. N, (2002), pág. 182-195). Brousseau (1983).
				SEMÁNTICAS.	Puil &Cerdán F, (1995). Vergnaud, (1991), pág. 174. Godino, (1996), pg. 418.
				SINTÁCTICAS.	Castro, (2008). Sánchez, (2003), pp. 170. Godino, Batanero, (1994). Godino y Batanero p14, 3, 325-355.
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.			RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	METACOGNICIÓN.	Lester, (1983), Castro, 1995, Jonassen, (2004), p. 280-303, Godino, (1996) pg. 418.
¿Cuáles son las dificultades que presentan los estudiantes del grado tercero en la				PROBLEMAS ORALES Y ESCRITOS. ACTITUDES FRENTE A LOS PROBLEMAS.	McLeod (1992).

resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa?					RICO, L. (1991). pág. 243.
			¿POR QUÉ? PROBLEMAS VERBALES.	UTILIDAD Y CONTEXTUALIZACIÓN.	Godino, batanero y Font (2003). Font y Godino, (2006), p. 69. Godino y Batanero, (1994).
			PROBLEMAS DE MULTIPLICACIÓN.	APLICACIÓN CONTEXTUAL.	Vergnaud (1991), p.197, Castro, (1995), pp. 49.

4.4.2 Plan de análisis por categorías

4.4.3 Dificultades encontradas en cada uno de los momentos

Conocimiento base

El estudiante no puede resolver los problemas verbales con estructura multiplicativa con facilidad, por tal motivo, no tiene esa seguridad para poder confiar en lo que sabe, puede ser que los aprendizajes adquiridos no fueron metacognitivos y no quedo bien claro lo que se le enseño en el momento de la explicación en las clases; aprendió solo para el momento y no para estar preparado para darle solución a cualquier problema verbal que este a su nivel de preparación.

Las dificultades con relación a esta dimensión del conocimiento base, lo que el estudiante conoce, según algunos autores son:

-El alumno traduce literalmente el enunciado y sigue el orden en que están expresadas las frases contenidas en el mismo (Pérez, 1987).

-El alumno ha comprendido el enunciado, pero se equivoca a la hora de elegir las operaciones a aplicar (Tomas, 1990).

-El alumno no sabe cuándo aplicar los conocimientos que posee, como consecuencia de cómo los aprendió, o generaliza de manera incorrecta los procedimientos que ya domina (Enright & Choate, 1993).

Mayer (1991) “El alumno tiene dificultades para comprender los enunciados de los problemas Matemáticos debido a un deficiente conocimiento lingüístico y semántico”

Los anteriores enunciados nos dan a entender que el alumno al momento de resolver un problema verbal, presenta dificultades, porque hace falta que en el momento del aprendizaje haya logrado entender lo significativo de un problema y este lo pueda relacionar con las estructuras contextuales y así lograr dar sus respuestas, ya sean únicas o argumentativas.

Los docentes en las explicaciones de los temas encuentran que el estudiante es poco atento en las clases y presenta desmotivación y desinterés por aprender, en algunos puede ser que tienen problemas de aprendizaje, dificultades para hacer las actividades, el trabajo que se deja para la casa como actividades de aplicación a veces los estudiantes no puede resolverlos. En las reuniones con padres de familias que se hacen al finalizar el periodo, la mayoría manifiestan que no le pueden ayudar a sus hijos en las tareas porque no saben leer ni escribir, otros aseguran que no les queda tiempo para atender a sus hijos debido al trabajo como medio de sostenimiento de la familia.

También se observa dificultades que tiene los estudiantes, cuando le va mal en alguna materia o actividad el padre de familia los castiga fuertemente, motivo que a veces afecta la parte emocional y afectiva de los estudiantes, permitiendo que lo lleve a una deserción escolar. Ante esta descripción, el trabajo escolar debe comenzar a dar un giro y a hacer un cambio en cada una de estas problemáticas que están afectando el desarrollo, la estabilidad y aprendizaje de los estudiantes.

El plan de análisis fue llevado a cabo en cada uno de los momentos de la aplicación de la Unidad Didáctica a los estudiantes de grado tercero del Centro Educativo El Danubio Sede el Poblado se llevó de la siguiente manera. Los resultados de las actividades aplicadas a los estudiantes se desarrollaron por momentos, **M1**, las ideas previas de los estudiantes con el fin de conocer los diferentes obstáculos que tenían en cuanto al aprendizaje adquirido, Viennot (1979) define la idea previa así:

Aquellos conceptos que traen los estudiantes antes de adquirir un conocimiento formal, entendido este último como el conocimiento que abarca el talento y comprensión de los conceptos científicos. Las ideas previas las adquieren los estudiantes en contextos bien sea culturales, familiares, escolares o sociales, entre otros. Estas no deben considerarse como erróneas; por este motivo, es importante que el maestro comprenda las ideas que tiene el estudiante, porque estas ideas son diferentes de las establecidas por conocimiento científico y hay que indagar su origen y planear nuevas estrategias para modificarlas (Viennot, 1979, p. 264).

En el **M2**, los aportes científicos para mejorar los obstáculos que tenían los estudiantes a partir del nuevo conocimiento científico. En el **M3**, que lo aprendido lo puedan utilizar para la resolución de problemas verbales, aplicar los conocimientos a problemas del contexto, mejorar el aprendizaje y así poder ser competentes frente a cualquier situación problema. Se realizó una prueba diagnóstica con el fin de determinar los diferentes obstáculos que tenían los estudiantes (obstáculos cognitivos, didácticos, ontológicos...) y posterior a estas actividades una retroalimentación científica con el fin de llevar a los estudiantes un aprendizaje científico a partir de los nuevos argumentos para mejorar estas dificultades, sin embargo, se encuentra que el aprendizaje obtenido no ha sido los mejores. Las diferentes actividades planteadas con una serie de preguntas metacognitivas, permitieron conocer que sus respuestas tienen poco argumento científico, es decir fueron respondidas de manera cotidiana. La información recogida se analizó desde diferentes puntos de vista como lo es la epistemología, la didáctica de las ciencias y cada uno de los obstáculos didácticos, cognitivos y epistemológicos encontrados en los resultados de las prácticas aplicadas. Se tomó como muestra 7 estudiantes de grado tercero, análisis de resultados se realizó con los argumentos científicos de los referentes teóricos.

A continuación, se presenta el análisis que está compuesto por las 4 categorías así:

-Obstáculos y dificultades.

-Resolución de problemas.

- ¿Por qué? problemas verbales.

-Problemas de multiplicación.

Cada categoría contempla otras subcategorías que hacen parte del análisis y triangulación que se llevó a cabo con argumentos científicos, lo que permitió conocer cuáles son los resultados y que se tiene que hacer respecto a estos análisis con el fin de mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Primera Categoría

Obstáculos y dificultades

Análisis de resultados

Como prueba anterior a la aplicación de la Unidad Didáctica se realizó y aplico un instrumento que diseño con el propósito de indagar ideas previas e identificar los obstáculos para el aprendizaje en los estudiantes (ver anexo -), de igual manera se llevó a cabo en la aplicación de la Unidad Didáctica unas actividades diseñadas para identificar los conocimientos previos que tienen los estudiantes en el momento de iniciar el desarrollo de las actividades escolares. En las actividades propuestas en la Unidad Didáctica en el M1 se observa que algunas de las respuestas de (ideas previas) que desarrollaron los estudiantes fueron respondidas de manera acertada, otras con argumentos de un aprendizaje cotidiano, respuestas con muy poco análisis científico, no tienen un tipo de pensamiento crítico que les permita ir más allá de una argumentación a lo que dice la pregunta. Como se observa las respuestas del estudiante **EE5** están dadas de una manera cotidiana, poco se observa argumentos científicos aprendidos en el proceso de enseñanza, esto indica que el aprendizaje obtenido en los estudiantes no fue un aprendizaje metacognitivo porque presenta dificultades para resolver las operaciones después de plantear un problema verbal a

partir de sus propias vivencias. Como lo afirma Brousseau (1983), los estudiantes presentan obstáculos que están ligados a lo epistemológicos, didácticos y ontogénicos. El obstáculo de origen epistemológico está intrínsecamente relacionado con el propio concepto y siguen argumentando las respuestas de manera cotidiana sin manejar un conocimiento científico, respuestas de manera superficial que no dan a conocer los argumentos científicos que se les ha enseñado. Los obstáculos de origen didáctico son resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen al establecer una situación de enseñanza por el docente, se evidencia que se siguen procesos que no son acorde con lo expuesto en la exposición de las clases, tampoco se trata de repetir conceptos y líneas de aprendizajes memorísticas sino más bien argumentos valederos dentro de una explicación didáctica, con una relevancia científica. Los obstáculos de origen ontogénico son debidos a las características del desarrollo del aprendiz donde se evidencia respuestas que son aprendidas cómo se les ha enseñado en el contexto familiar.

Es necesario tener en cuenta el desarrollo y la aplicación de la Unidad Didáctica para encontrar soluciones a estas dificultades en el proceso de aprendizaje de los estudiantes, Gómez, M. M., Sanmartín(2002), donde se ha utilizado con éxito para comprender la relación entre concepciones alternativas y obstáculos epistemológicos, en nuestro trabajo nos referimos a dificultades asociadas a conocimientos adquiridos anteriormente y que impiden un razonamiento adecuado para iniciar el proceso de solución de un problema. Un obstáculos epistemológicos, se encontró en los estudiantes cuando tiene una opción alternativa de responder una pregunta, dificultades asociadas a conocimientos adquiridos anteriormente y que impiden un razonamiento adecuado para iniciar el proceso de solución de un problema, dificultades se ven asociadas en los estudiantes y que están arraigadas a conocimientos adquiridos anteriormente y que impiden un razonamiento adecuado para iniciar el proceso de solución de un problema en el aprendizaje y los estudiantes están habituados a aprender más de los conocimientos empíricos y que son propios de un lenguaje cotidiano.

Estas evidencias muestran que en las practicas didácticas que realizaron los docentes con los estudiantes, no logró aprendizaje metacognitivo puede ser porque los conocimientos adquiridos anteriormente no han sido mejorados con los nuevos conocimientos científicos

adquiridos o por las estrategias didácticas utilizadas no son las más apropiadas para dejar un aprendizaje metacognitivo en los estudiantes, hace falta la utilización las prácticas de laboratorio utilizando los modelos.

Estas dificultades que se han encontrado en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa porque los estudiantes al momento de resolver un problema no encuentran como resolverlo, Brousseau (1983). Los incorporaron también al aprendizaje de las matemáticas. Es en el campo de las matemáticas donde ha surgido una discusión sobre si las dificultades que tiene un alumno para resolver problemas, son obstáculos epistemológicos, didácticos o bien obstáculos cognitivos asociados al razonamiento matemático. Los obstáculos cognitivos son las dificultades que tiene el alumno para conocer y resolver problemas y que no provienen necesariamente de un conocimiento anterior; en cambio el obstáculo epistemológico nos remite a algo más profundo que una laguna de conocimiento o una falta de razonamiento matemático. El obstáculo epistemológico nos sitúa en el “acto mismo de conocer”, se sitúa en el plano de los conocimientos anteriores, que fueron útiles en otras circunstancias y que ahora son una barrera para alcanzar el aprendizaje de un concepto. Estas dificultades que tienen los estudiantes están enmarcadas a situaciones de aprendizajes, puede ser por motivos que en las respuestas dan un argumento más de un aprendizaje cotidiano con poco contenido científico, puede ser falta de una didáctica por parte del docente que permita llegar a sus estudiantes con unos aprendizajes metacognitivos y los resultados en las evaluaciones internas o externas. Un aprendizaje metacognitivo podría estar demostrado cuando el estudiante presenta una exposición de manera abierta a un tema aprendido, es decir lo puede socializar en situaciones contextuales buscando encontrar las relaciones existentes entre una teoría y una práctica, en ultimas un aprendizaje cognitivo seria utilizar lo aprendido para volverlo aplicable a problemas contextuales.

SUB-CATEGORÍA

DIFICULTADES DIDÁCTICAS, COGNITIVAS Y EPISTEMOLÓGICAS.

En las respuestas dadas por los estudiantes se puede encontrar que las respuestas no fueron las correctas, esto puede ser que la enseñanza impartida por el docente no cumplió con llevar un aprendizaje metacognitivo, es decir las prácticas utilizados para enseñar no fueron las más acertadas, una práctica didáctica de las ciencias que no permitió que el estudiante entendiera con facilidad. Según los planteamientos hechos por Brousseau (1983), los diferentes obstáculos que presentan los estudiantes corresponder a varias situaciones, obstáculos cognitivos son las dificultades que tiene el alumno para conocer y resolver problemas y que no provienen necesariamente de un conocimiento anterior; en cambio el obstáculo epistemológico nos remite a algo más profundo que una laguna de conocimiento o una falta de razonamiento matemático. Hay aprendizajes metacognitivos cuando se logra que el estudiante lo aprendido lo pueda hacer útil y aplicable para resolver problemas del contexto. Tampoco es necesario que las prácticas utilizadas por el docente para explicar algunos procesos científicos sean aprendidas por el estudiante de manera memorística, sino más bien como un modelo a seguir para hacer referencia a otras situaciones problemas de un contexto.

En este problema resuelto por el estudiante **DD4** se muestra las respuestas así:

Problema

Don Luis pinta 2 paredes averigua en cual utiliza más pintura.

-La primera tiene 8 ladrillos a lo alto y 9 a lo ancho.

-La segunda 5 a lo largo y 8 a lo ancho.

¿En cuál de las 2 paredes gasta más pintura? ¿Por qué?

R-La respuesta que dio el estudiante **DD4** a todas estas preguntas, se limitó a dar una sola respuesta así: **Las 2 paredes tienen más pintura.**

Como se puede observar en este tipo de respuesta, el estudiante **DD4**, no tiene un tipo de argumentación que explique las diferentes relaciones encontradas en el problema verbal,

tampoco tiene una explicación del ¿Por qué?, no registro datos, no realizo el proceso para hallar la respuesta. Da a entender que su proceso de aprendizaje no fue metacognitivo, así como lo afirma Flavell (1976), la metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o sobre cualquier cosa relacionada con ellos, es decir, las propiedades de la información o los datos relevantes para el aprendizaje. Para mejorar estas dificultades en el estudiante **M1**, había la necesidad de mejorar las estrategias didácticas utilizadas por el docente, en el desarrollo y aplicación de la unidad didáctica se empezó a utilizar los diferentes modelos elaborados principalmente el “ECAM”, donde se evidencio que los estudiantes prestan a tensión a las clases con la manipulación de los elementos del laboratorio de matemáticas los cuales les permitió ubicar y relacionar con el contexto la práctica multiplicativa. Brousseau (1983), los obstáculos de origen didáctico son resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen al establecer una situación de enseñanza por el docente. El docente investigador tiene que establecer los diferentes procesos que le permitan llegar al estudiante con el fin de mejorar las dificultades que tienen en su aprendizaje, utilizar los modelos para hacer una representación contextual y de esta manera ubicar dicho problemas verbal en un contexto, es decir encontrar un contexto liberando estas barreras para alcanzar los mejores resultados en sus estudiantes, que sean competentes frente a cualquier situación problema relacionada a la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa y estas actividades se llevaron a cabo en el **M2**.

Las dificultades epistemológicas encontradas por el estudiante **DD4**, en estas respuestas muestra un tipo de lenguaje cotidiano basada en aproximaciones, es decir no tiene una explicación científica o un argumento que haga razonable este tipo de respuesta, es por eso que el estudiante **DD4**, lo ha tomado desde un concepto aprendido de manera superficial. Brousseau (1983), plantea sobre los obstáculos epistemológicos que se sitúan en el “acto mismo de conocer”, se sitúa en el plano de los conocimientos anteriores, que fueron útiles en otras circunstancias y que ahora son una barrera para alcanzar el aprendizaje de un concepto de ahí que lo que exponga el docente en sus clases debe haber una transposición en el estudiante que le permita encontrar que el concepto nuevo es el aceptado y el cual debe tomarlo como un aprendizaje nuevo mejorando aquellos conocimientos previos que tenía anteriormente.

Sub-Categoría de Dificultades Sintácticas y Semánticas

PROBLEMA Y RESPUESTAS BB2.

La madre de David acudió a un concurso de televisión y le han preguntado:

¿Cuántos gramos de arroz hay en 6 sacos como estos?



Pregunta: -5372

Datos: 6 sacos coma.

Piensa que hay que hacer.

☒ Una suma. ☐ Una resta y una suma. ☐ Una suma y una multiplicación.
Calcula.

Respuesta_____

Las siguientes subcategorías son analizadas y tenidas en cuenta en cada una de las actividades llevadas a cabo en la Unidad Didáctica lo cual sirvió para conocer cómo se ha llevado estos procesos de aprendizaje con los estudiantes frente a una situación problema dentro del contexto escolar, familiar y social. Puil & Cerdán F (1995), ofrecen referentes en cuanto a estudios previos realizados en este campo tal como se afirma en su libro (problemas aritméticos escolares). Los estudios que se han realizado sobre dificultades de orden sintáctico pueden clasificarse de acuerdo a su finalidad y la metodología utilizada. Se han hecho estudios que han tratado de predecir la dificultad de un problema en función de un conjunto amplio de variables que tienen que ver con el formato de presentación del problema, la longitud del enunciado, su estructura gramatical, la posición de la pregunta en el enunciado, la presencia datos en la pregunta y el tamaño de los números. Estas dificultades que tiene el estudiante frente a un

problema verbal es cuando encuentra varios datos en un solo enunciado, si el estudiante no ha tenido un aprendizaje metacognitivo no es posible que tome una opción correcta para encontrar la respuesta del problema por tal motivo el mismo contenido del problema va a permitir que si no logra entenderlo, sacar los datos que le sirven para utilizarlos en el desarrollo del problema, si el estudiante hace estos procesos con facilidad, entonces puede resolver el problema. La respuesta de estudiante **BB2** tampoco fue la verdadera, aunque se aproximó. En su argumento está bien, si puede obtener la respuesta para este problema a partir de una suma, pero los datos del problema cambian, podría utilizar una suma y una multiplicación.

En un problema verbal, su estructura es lo que dificulta al estudiante su comprensión, por lo tanto, no maneja con facilidad los datos, que operación realizar y que pasos seguir para encontrar su respuesta. Vergnaud (1991), la función de un conjunto amplio de variables que tienen que ver con el formato de presentación del problema, la longitud del enunciado, su estructura gramatical, la posición de la pregunta en el enunciado, la presencia de datos en la pregunta y el tamaño de los números son las variables que muchas veces el estudiante no puede manejar para encontrar la respuesta al problema, frente a estas dificultades del estudiante **BB2**, para manejar las variables dentro de un problema presenta dificultades, Vergnaud (1991), la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas con la dificultad de cálculo necesario. Los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños.

Las dificultades para resolver un problema crecen dentro de este, es decir a mayor cantidad de datos, variables, va a ser más complejo para que el estudiante lo pueda entender. En el desarrollo del problema presentado por el estudiante **BB2**, la extensión del problema era corta, pocos datos y la operación que debería aplicar no la definió con claridad, al estudiante se le dificultó seleccionar los datos y el tipo de operación que debería aplicar, aquí juega un papel importante es el aprendizaje metacognitivo para entender con claridad el enunciado y resolver el problema. Godino (1996), el problema de la comprensión está íntimamente ligado a cómo se concibe el propio conocimiento matemático. Esta explicitación requiere responder a preguntas tales como: ¿Cuál es la estructura del objeto a comprender? ¿Qué formas o modos posibles de comprensión existen para cada concepto? ¿Qué aspectos o componentes de los conceptos matemáticos es posible y deseable que aprendan los estudiantes en un momento y circunstancias

dadas? ¿Cómo se desarrollan estos componentes? Frente a una situación problema, el estudiante debe utilizar lo aprendido como una medida de hacer útil los conocimientos, es así como su eidética frente a cualquier situación a resolver y como lo voy a resolver. Cada estudiante puede entender los problemas de maneras diferentes, pero el orden en que debe manejar los datos corresponde a su manera de hacerlo, pero la respuesta es una sola de ahí que los caminos que siga para llegar a esta respuesta puede ser de segundo plano. En el caso de estudiante **BB2**, no ordeno el problema de manera cómo se pedía en el enunciado, ubico de manera diferente y su respuesta se aproximó a la verdadera lo que hizo falta fue un proceso metacognitivo frente a la multiplicación, la organización de los datos y su orden es lo que permite encontrar una respuesta.

LA SEMÁNTICA

En cada problema verbal el estudiante encontró una estructura diferente y con él una serie de símbolos que hacen que su contextura gramatical no sea igual, por sus datos, símbolos y números. El estudiante **BB2**, frente a una situación problema debe empezar por encontrar los datos que le servirán para llegar a la respuesta requerida, aunque pueden existir algunos que no hacen parte del problema, pero están allí. Sánchez (2003), La memoria que hace avanzar la construcción del conocimiento de las situaciones problemáticas no es la memoria mecánica sino la lógica, que presupone preliminarmente el trabajo del pensamiento, recordando el sentido de la actividad que se aprende y no la actividad; desglosándola, dividiéndola, analizándola, distinguiendo sus partes más importantes, la esencialidad de las relaciones que se dan y la extensión de su dinamismo.

Frente a esta teoría es muy pertinente cuando el estudiante realiza el desarrollo del problema utilizando la lógica, pero está a la vez la puede apoyar con modelos utilizados en el laboratorio de matemáticas para llevar el problema a una representación contextual. En la respuesta del estudiante **BB2**, empieza por encontrar lo más importante que es la respuesta del problema, pero deja a un lado la selección de datos y en algunos casos no tiene en cuenta que operación debe realizar. Como lo plantea Sánchez (2003), la memoria que hace avanzar la construcción del conocimiento de las situaciones problemáticas no es la memoria mecánica sino la lógica.

Godino, Batanero (1994), al resolver un problema verbal los estudiantes se encontrarán diferentes signos y letras los cuales le darán valores o significados y relaciones diferentes, lo cual permitirá que dicho problema además de los datos matemáticos pueda contener otros símbolos. En un problema el estudiante encontrara diferentes signos y letras los cuales le darán valores o significados y relaciones diferentes, es decir es aquí la interpretación que el estudiante empieza a dar a la información y los datos. El estudiante **BB2** demuestra que poco se tuvo en cuenta el análisis para efectuar la solución del problema.

Resolución de Problemas

En las prácticas educativas que se realizaron con los estudiantes en la resolución de problemas verbales se debe manejar una serie de situaciones, como: las variables, los datos, símbolos, pero hay situaciones que no se entienden en los problemas, no saben qué operación realizar y que procesos seguir para encontrar las respuestas requeridas.

Lester (1983) respecto a esta situación: “Problema es una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un cambio rápido y directo que lo lleve a la solución”. El estudiante frente una situación problema, no maneja la habilidad para el caso, da respuestas incorrectas, no tiene argumentos para responder lo que está preguntando el problema. Jonassen, (2004), pone de manifiesto que la resolución de problemas ha dejado de ser un centro de atención, y se pregunta por qué ha dejado de interesar la resolución de problemas en los ámbitos de investigación y no se realizan más esfuerzos en ayudar a los estudiantes a que aprendan a resolver problemas. Es tan esencial que el estudiante **FF6** no haya memorizado los problemas tomados como ejemplos en el desarrollo de las clases, ni se aprenda de memoria los pasos para encontrar la respuesta, sino más bien que entienda y donde lo puede ubicar los datos, contextualizar sería encontrar una relación frente a lo que conoce y las similitudes que pueden hacer para que este problema sea fácil de entender. En cuanto a los intereses de los estudiantes y la resolución de problemas esto crecerá desde la perspectiva que tiene el docente, el enfoque que le dé a las matemáticas y su didáctica en la enseñanza de esta ciencia.

Sub- categoría

Metacognición

Las trabajos que desarrolla el docente para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias de los estudiantes deben ser innovadoras, utilizar modelos para que despierte el interés por aprender. Al realizar las evaluaciones sobre las practicas realizadas, estas deben contener un tipo de preguntas metacognitivas para conocer lo que ha aprendido y como relaciona este aprendizaje con el contexto, no se trata de un aprendizaje repetitivos, sino más bien de respuestas a preguntas que les permita analizar cualquier actividad con pensamiento crítico, que saquen las con conclusiones y los argumentos con el conocimiento científico.

En las actividades realizadas en la aplicación de la Unidad Didáctica en la mayoría de los estudiantes se observa en sus respuestas que son respuestas muy cortas, su argumento y análisis no va más allá de un conocimiento científico. Autores como Flavell (1976), la metacognición se refiere al conocimiento que uno tiene sobre los propios procesos y productos cognitivos o sobre cualquier cosa relacionada con ellos, es decir, las propiedades de la información o los datos relevantes para el aprendizaje. Por ejemplo, estoy implicado en metacognición (Meta memoria, meta aprendizaje, meta atención, metalenguaje, etc.) si me doy cuenta de que tengo más problemas al aprender A que al aprender B, se me ocurre que debo comprobar C antes de aceptarlo como un hecho... La metacognición se refiere, entre otras cosas, al control y la orquestación y regulación subsiguiente de estos procesos. Como se puede observar en los estudiantes para unos es más fácil aprenderse las tablas de memoria y de una manera repetitiva, para otros es fácil entender la representación de un factor multiplicativo utilizando un espacio en el contexto, así como para otros estudiantes es fácil elaborar una figura rectangular o cuadrada y colocar el producto del factor multiplicativo y para complementar esta actividad se utilizó algunos modelos del laboratorio de matemáticas como el “el ecam”, el cual permitió conocer que el estudiante le es más fácil entender una situación multiplicativa cuando se hace una representación contextual, se modela un factor multiplicativo y se crea un criterio a partir de lo observado.

Ejemplo 1.

Preguntas Metacognitivas

Con el anterior cuadro responder las preguntas.

RESULTADOS DEL EE7

La siguiente muestra es el resultado de la aplicación de la Unidad Didáctica.

Una vez completado el cuadro analizar los resultados que obtuvo en los 15 lanzamientos.

¿Es posible obtener 1?.....**si**.....¿Por qué?.el uno sale porque es un número bagito..¿Cómo? tirando los dados.

¿Es posible obtener 42?.**NO**.....¿Por qué?..en el dado no esta el 42.....
¿Cómo? **No alcanza.**

¿Qué resultados obtuvieron el mismo número?.....**42**..... ¿Por qué? **Caen los dados que repiten.**

Según las respuestas que dio el estudiante **EE7** en la prueba de la Unidad Didáctica, en sus respuestas se observa dificultades frente a su argumento, las respuestas no fueron las correctas no demuestran un aprendizaje metacognitivo en la resolución de problemas verbales multiplicativos. Brousseau (1982), los estudiantes presentan obstáculos didácticos por tal motivo los desarrollos de las respuestas no llevan un argumento científico aprendidas en el trabajo escolar. Esto quiere decir que los estudiantes en sus respuestas no muestran un tipo de aprendizaje científico, presentan respuestas un poco cotidianas. En cuanto a la metacognición el estudiante realiza las respuestas, se observa que lo aprendido en algunas veces no lo utilizo de manera contextualizada. En cuanto a la metacognición, Flavell, (1976), afirma: ...La metacognición se refiere, entre otras cosas, al control y la orquestación y regulación subsiguiente de estos procesos. Si el estudiante en su proceso de aprendizaje encuentra una relación y dominio del tema entonces lo entendió con facilidad, el estudiante debe utilizar una serie de herramientas aprendidas y utilizarlas para resolver los problemas.

Ejemplo 2.

RESPUESTAS DEL DD4.

Observe el cuadro completado y marque falso o verdadero y argumente la respuesta.

-(1) Es posible obtener los números 12, 20 y 36. ¿Por qué? **Porque sale. V** ¿Cómo? tirando los dados.

-(2) Es posible obtener el número 13. ¿Por qué? **Porque no. ¿Cómo? F**

-(3) Se puede obtener el número 35. ¿Cómo? **con la tabla del 5 sale. V**

-(4) El 36 es el número mayor que se puede obtener. **F**

¿Por qué no se puede obtener números mayores que el 36?

-(5) El número 12 es el que más veces se repite. ¿Por qué? **SI. ¿Cómo? Porque si están todas.**

Las respuestas encontradas están dadas de una manera cotidiana basadas en un aprendizaje con poco argumento científico aprendidos en el contexto escolar, esto indica que el aprendizaje obtenido en los estudiantes no han sido metacognitivos, hay dificultades en el aprendizaje de los temas enseñados Jonassen (2004), pese a esta importancia pone de manifiesto que la resolución de problemas ha dejado de ser un centro de atención, y se pregunta por qué ha dejado de interesar la resolución de problemas en los ámbitos de investigación y no se realizan más esfuerzos en ayudar a los estudiantes a que aprendan a resolver problemas. Con las respuestas encontradas se observa que el estudiante **DD4** tiene dificultades cognitivas y por eso no ha logrado resolver el problema verbal con estructura multiplicativa.

Sub- categorías

Problemas orales y escritos

En las actividades propuestas en la Unidad didáctica se trabajó con problemas escritos de tal manera que el estudiante utilizara lo aprendido para resolverlos. Godino y Batanero (1994), se

considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas. Los problemas que resolvieron los estudiantes en esta Unidad Didáctica fueron problemas verbales escritos, también se manejaron gráficos de productos multiplicativos con el fin que los estudiantes puedan entender la relación del problema verbal con el contexto.

Sub-categoría

Actitudes frente a los problemas

En el desarrollo y aplicación de la Unidad Didáctica, los estudiantes presentaban diferentes expresiones frente a los problemas que estaban resolviendo, unos manifestaban que estaban fáciles, otros decían que los problemas no los entendían, otros estudiantes leían los enunciados del problema varias veces para entenderlos y se detenían a preguntar a sus compañeros que habían hecho. La mayoría de estudiantes cuando resuelven problemas de matemáticas poco se sienten motivados a desarrollar las actividades, porque siempre dicen que no les gusta, porque no pueden o por qué no lo entienden. El estudiante **GG7**, se detuvo a preguntar “Profe no entiendo este problema, como se hace, es que se me olvido, es que no me acuerdo como hacerlo”. Al respecto McLeod (1992), Opina que no es adecuado describir algunas de las reacciones emocionales más intensas que se producen en las aulas con dicho término. Por ejemplo, la experiencia ¡Ajá! en resolución de problemas es reconocida como un suceso placentero, pero de una duración limitada, y, por tanto, parece que no entraría dentro de lo que la mayoría de los investigadores entienden por actitud. Rico (1991), la experiencia escolar que recuerda la mayoría de nosotros sobre matemáticas está mucho más relacionada con dificultades, incompreensión, fracaso y rechazo que con actitudes positivas...Hablar por lo tanto de resolución de problemas como una parte de la Educación Matemáticas puede resultar para muchos un contrasentido, la enseñanza de las Matemáticas parece resolver muy pocos problemas a la mayoría de los escolares, bien al contrario, les crea muchos otros.

Como lo proponen los anteriores autores, las actividades matemáticas están encaminadas a la resolución de problemas, pero las actividades didácticas utilizadas por el docente son las que permiten llevar los procesos de enseñanza a los estudiantes de tal manera el aprendizaje les sirva como un apoyo para resolver los diferentes problemas que se le presentan en el contexto social, familiar y escolar. Esta orientación debe estar dada por el docente desde la didáctica en la enseñanza de las ciencias, quizá aprender matemáticas para los estudiantes que no sea una tarea del trabajo escolar sino más bien un aprendizaje para mejorar las dificultades que tienen los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas.

Categoría

Por qué problemas verbales

También con la utilización de modelos en la resolución de problemas verbales que se formaban y las preguntas que los estudiantes se hacían, estos correspondían a problemas verbales que necesariamente no tenían que estar escritos para ser resueltos. Godino, C Batanero y V Font (2003), las matemáticas y el trabajo que se desarrolla son muy extensas, pero de la misma manera la utilidad que se le da es correlativa al contexto, es decir utilizo lo que necesito “¿Por qué es tan difícil, para la mayoría de los humanos, la resolución de problemas en matemáticas?” En las respuestas de los estudiantes en la aplicación de la Unidad Didáctica se observa que tienen la noción de matemáticas como una manera de aprender solo para ganar unas notas y con ello ser promovidos del año escolar, no se aprende para utilizarlo cuándo lo necesito, es decir aplicar lo aprendido para resolver problemas del contexto (Font y Godino, 2006, p. 69).

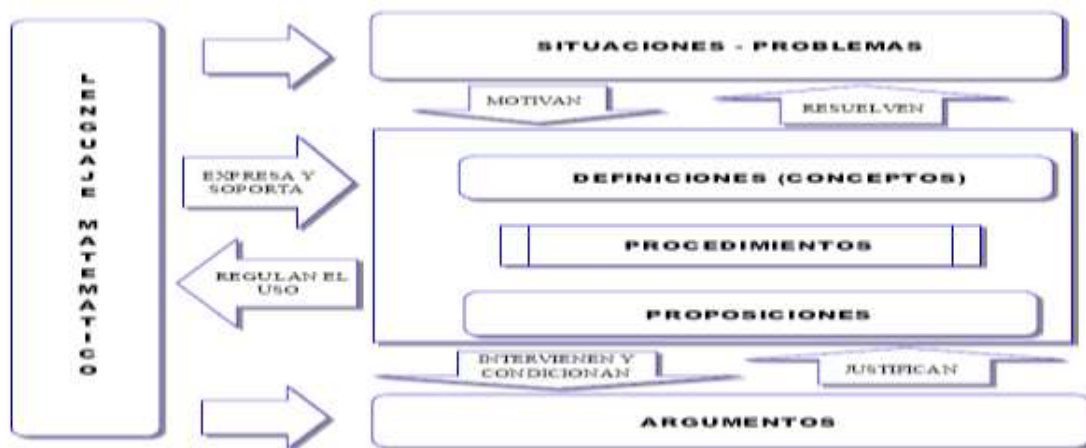


Figura 2. Configuración de objetos primarios

Figura 3. Configuración de objetos primarios

También las dificultades que tienen los estudiantes pueden estar dadas por el motivo que quieren obtener una respuesta sin seguir los procesos, no han aprendido el lenguaje matemático y por eso quieren realizar respuestas sin tener en cuenta las definiciones y los procesos para lograrlo y a veces esto no funciona.

Categoría

Problemas de multiplicación

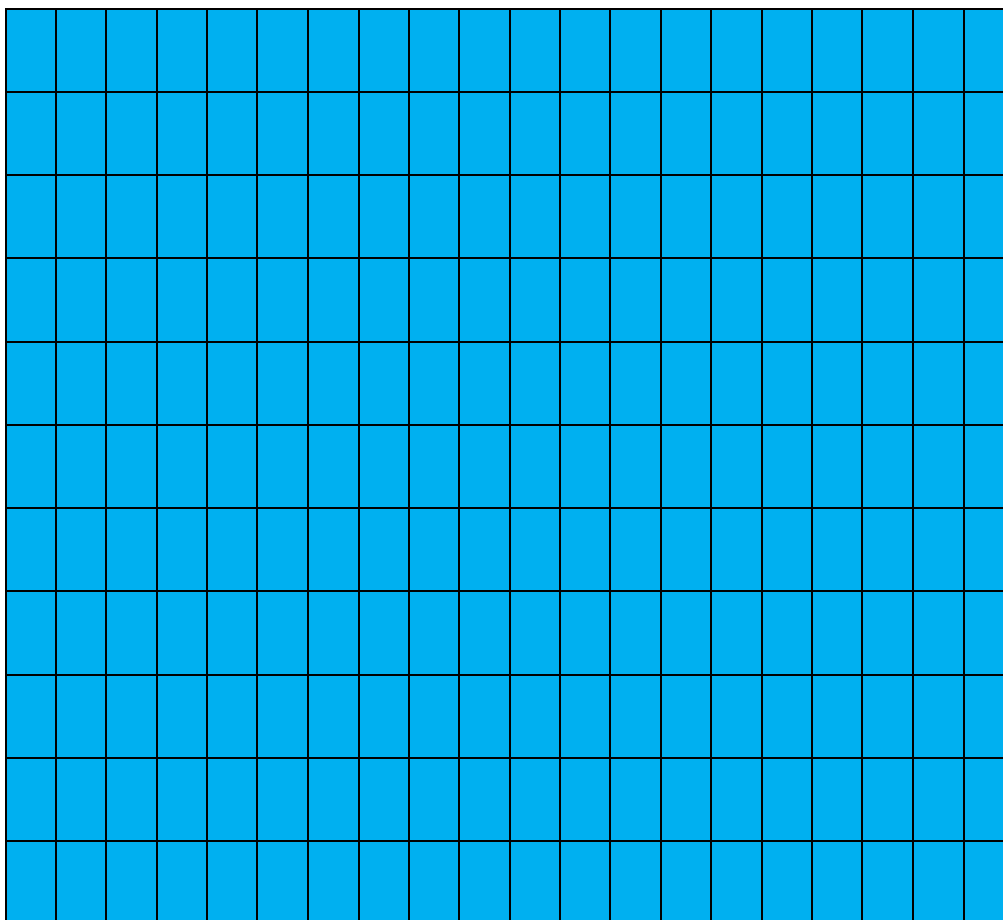
La enseñanza y aprendizaje de la multiplicación en los estudiantes debe estar limitada aun aprendizaje basado en procesos de contextualización y no más bien a un aprendizaje memorístico y repetitivo con respuestas que no logran encontrar un argumento y un contexto para demostrar el resultado del producto de dos números. De igual manera el aprendizaje contextualizado estaría limitado a llevar al estudiante a ubicar el producto multiplicativo en un lugar del espacio y no más bien en uno imaginario. Para demostrar contextualmente el producto multiplicativo y luego llevarlo a la realidad del contexto se han utilizado unos modelos que me permitan demostrar dichos productos. Los modelos utilizados de laboratorio de matemáticas fueron el “ECAM”, “EL

GEOPLANO” entre otros. En la enseñanza y aprendizaje de las ciencias en los estudiantes la utilización de los diferentes modelos para las actividades escolares fueron de gran importancia puesto que permitieron encontrar una relación contextual de los factores multiplicativos y así salir de una rutina memorística de los factores multiplicativos para llegarlos a encontrar en nuestro contexto escolar. La realidad contextual la podemos encontrar en una pared compuesta por bloques, un piso elaborado en cerámicas o el largo y ancho del salón para encontrar el área.

Como se puede ver en el siguiente problema:

Utilicemos la multiplicación para comparar tamaños de superficies.

La respuesta del estudiante **AA1**.



¿Cuántas baldosas utilizaría el albañil para cubrir el piso, si a lo largo caben 20 baldosas y a lo ancho 10? Si tiene 200 baldosas. ¿Le alcanzan? Si **X** No__ ¿Por qué? **En lo largo hay 10 y en lo ancho hay 20.**

En otro cuarto también de forma rectangular, pega 5 baldosas a lo ancho y 39 a largo. ¿Cuántas baldosas utiliza en este cuarto? **20.**

La respuesta del estudiante **AA1**, no fueron acertadas, se le tomó una gráfica rectangular que está mostrando la relación contextual, como si cada cuadro corresponde a una baldosa, pero se observa según la respuesta que tiene dificultad para hacer la relación contextual y finalmente encontrar el producto multiplicativo.

Por otro lado, si asumimos con Vergnaud (1991), se pueden distinguir dos grandes categorías de relaciones multiplicativas... La más importante de ellas, que se utiliza para la introducción de la multiplicación en la escuela primaria y que forma la trama de la gran mayoría de los problemas de tipo multiplicativo, es una relación cuaternaria y no una relación ternaria; por ello no está bien representada en la escritura habitual de la multiplicación: $a \times b = c$, ya que dicha escritura no comporta más que tres términos.... En las operaciones que se realizan con los estudiantes en cuanto a problemas y factores multiplicativos la relación de la escritura habitual de la multiplicación hace que el estudiante logre entender que se necesitan productos y respuesta, pero con la ayuda que le dará el docente mediante las estrategias didácticas y el apoyo en los modelos del laboratorio de las matemáticas permitirá que no se aprendan una fórmula sino que logren encontrar la relación contextual de esa escritura habitual de la multiplicación.

Con las diferentes estrategias didácticas utilizadas y la implementación de los modelos con las prácticas de laboratorio en matemáticas principalmente con “el ecam” se logró que los estudiantes salieran de esa idea previa que están rigurosos aprenderse las tablas de multiplicar de una manera memorística sin antes conocer un contexto donde pueda llevar su aplicación. También se logró en el momento tres de la Unidad Didáctica que algunas dificultades que tenían los estudiantes correspondían a la implementación de ejercicios didácticos para que puedan realizar actividades y de esta manera llegar a mejorar estas dificultades encontradas. Este análisis realizado corresponde al que se llevó a cabo en el análisis de los resultados.

Conclusiones del Análisis de las Categorías

En el análisis de esta categoría y los datos encontrados con la aplicación de la Unidad Didáctica se concluye que el aprendizaje de los estudiantes es metacognitivo dependiendo de las estrategias didácticas utilizadas por el docente. También es necesario señalar que los modelos empleados del laboratorio de matemáticas permiten un acercamiento a la parte contextual de los problemas verbales con estructura multiplicativa. En cuanto a la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa las dificultades que presentaron los estudiantes se pudo determinar que hacen del proceso de aprendizaje y están representadas por diferentes razones, ya sean por el contexto social, familiar y escolar.

Pero el estudio y manejo de dichas situaciones le corresponde al docente quien debe formarse, para investigar las dificultades que tienen los estudiantes en su proceso del aprendizaje de las ciencias y de esta manera establecer las estrategias didácticas en enseñanza de las ciencias con estudiantes. También es necesario tener en cuenta que la planeación de un buen trabajo didáctico para la enseñanza de las ciencias a los estudiantes les permite un aprendizaje metacognitivo. La utilización de los modelos del laboratorio de matemáticas es de gran ayuda para lograr que el estudiante contextualice y encuentre una relación contextual con el medio, específicamente no se trata de un aprendizaje memorístico sino más bien de las relaciones contextuales que encuentre el estudiante con el medio y la utilidad que le puede dar al aprendizaje para resolver problemas verbales que encuentra en su contexto, escolar, familiar y social

4.5 Implicaciones didácticas y recomendaciones a futuro

4.5.1 Implicaciones Didácticas

Para mejorar cada una de las actividades en las cuales los estudiantes presentaron dificultades para resolver las actividades, ya sean por motivos didácticos, cognitivos o epistemológicos. En este tipo de situaciones lo que sigue como docente es mejorar en las realizaciones de los planeadores de las clases, saber llegar con los aprendizajes a los estudiantes,

tener presente que es lo que quiero que los estudiantes aprendan y cómo van a utilizar lo aprendido para resolver problemas del contexto. Manejar actividades variadas que permitan la integración de los estudiantes como la participación de lectura, diálogos para escuchar a los estudiantes frente a sus inquietudes, dramatizados con el fin de hacer entender un texto no de una manera imaginaria sino más bien demostrativa.

Para el desarrollo de estas actividades es necesario conocer de cerca los intereses de los estudiantes y que su participación sea más de su agrado. Trabajar con los proyectos transversales con el fin de integrar todas las áreas para que el estudiante encuentre un espacio para contextualizar lo aprendido en su salón de clase o fuera de él. En el área de matemáticas utilizar el trabajo escolar en la huerta con el fin de poder trazar parámetros donde se pueda utilizar la relación de los diferentes problemas y hacer una aplicación contextualizada. Pasar de una explicación imaginaria a una explicación que se relacione a un contexto, en este caso utilizar la modelación para que el estudiante pueda relacionar lo aprendido a situaciones del contexto.

Todos estos procesos deben ser tenidos en cuenta por el docente porque el estudiante va a tener una estrecha relación con un contexto que no solamente va a ser el aula escolar donde él va a poder observar, medir, ordenar, clasificar, interpretar y clasificar y por ultimo podrá evaluar que tanto ha aprendido si se sale de un contexto que no propiamente es un salón de clase.

4.6 Recomendaciones didácticas a futuro

Las diferentes actividades en la educación de las ciencias que realice el docente deben estar enmarcadas aun aprendizaje metacognitivo para que lo aprendido lo pueda utilizar en otros contextos para resolver cualquier situación problema. Lo más importante no es terminar una programación durante un año lectivo, sino más bien haber alcanzados los desempeños, pero con un aprendizaje metacognitivo donde el estudiante de una respuesta acorde con un argumento válido con un contenido científico que establezca una relación de su aprendizaje aprovechando su interés por conocer, descubrir, indagar y resolver problemas.

Tener en cuenta las opiniones de los niños y dar una participación individual para poder que participe en el tema que se le está llevado a cabo en el desarrollo de las clases. En el

desarrollo de las actividades escolares no todos los estudiantes aprenden al mismo momento, unos se demoran mientras encuentran contrastes con las dificultades y el desarrollo científico, es por eso que es necesario tener en cuenta este ritmo de aprendizaje, el conocimiento cotidiano por el nuevo conocimiento científico.

CAPÍTULO 5.

5. CONCLUSIONES

La investigación realizada permitió llegar a las siguientes conclusiones:

Los obstáculos en la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa en los estudiantes de grado tercero deben ser investigados y tenidos en cuenta porque se convirtieron en dificultades de aprendizaje. El desarrollo y aplicación de la Unidad Didáctica se logró las ideas previas y que algunas eran dificultades que no permitían un aprendizaje metacognitivo.

Se desarrolló un trabajo de reconocimiento de ideas para detectar obstáculos, como también un para mejorarlos y de esta manera llevar al estudiante aprendizajes metacognitivos. Se trabajó con los estudiantes la epistemología de las ciencias y un aporte científico lo cual permitió conocer teorías que permitieron mejorar conceptos previos que no eran valederos. De esta manera se acercó al estudiante a un conocimiento científico para tenga una argumentación clara con pensamiento crítico frente a una situación problema.

De igual modo para generar espacios metacognitivos en el aprendizaje de los estudiantes con la elaboración y apropiación de la Unidad Didácticas, se elaboró unos modelos que permitieron contextualizar algunos de los problemas verbales con estructura multiplicativa, que es la dificultad que tuvieron los estudiantes. Todas estas actividades estaban encaminadas a superar los obstáculos que no le permitía avanzar en el conocimiento científico con una argumentación que posibilita cambiar las ideas previas por conocimientos basados en teorías científicas y que estos aprendizajes los puedan contextualizar y aplicarlos para resolver problemas del contexto. También con la aplicación de la Unidad Didáctica se buscó que los estudiantes salgan de ese margen de aprendizajes memorísticos y repetitivos basados en procesos rutinarios que permitían que el estudiante interiorice un aprendizaje donde poco sale a buscar y mejorar los problemas que tiene la educación, bajo rendimiento en pruebas saber y evaluaciones internas.

En vista de mejorar el aprendizaje metacognitivo en los estudiantes en la resolución problemas verbales con estructura multiplicativa que tomo por llevar al estudiante a un aprendizaje contextualizado, es decir no simplemente mostrar una teoría de un problema escrito, sino más bien mostrar un lugar donde puedo ubicar este problema, utilizar modelos para poder realizar una modelación con el fin de poder encontrar la relación de un problema con el contexto.

Al mismo tiempo la relación de la línea de investigación de esta tesis es metacognición, es decir a parte de llevar un aprendizaje al estudiante, se buscó que el estudiante tenga un pensamiento crítico frente a cualquier situación problema, que no sea simplemente una respuesta de “sí” o “no”, sino más bien que busca otros efectos del ¿Por qué? ¿Cómo? ¿Cuándo? ¿Cómo? ¿Dónde? Para generar espacios de reflexión con pensamiento crítico.

La reflexión Metacognitiva en el aula, le permite al docente conocer en profundidad cómo aprenden sus estudiantes la ciencia que él enseña.

CAPÍTULO 6

6. RECOMENDACIONES

Desarrollar en el estudiante un pensamiento crítico con el fin de analizar las situaciones problemas y encontrar las relaciones con el contexto para utilizar el aprendizaje metacognitivo como una herramienta para la resolución de problemas para conocer que tanto aprenden los estudiantes las ciencias que enseñamos.

Tener en cuenta el aprendizaje metacognitivo en los estudiantes a partir de reflexiones creadas por los estudiantes para conocer sus implicaciones en el aprendizaje y la relación de lo aprendido con el contexto.

Mejorar el conocimiento en los estudiantes con la utilización de modelos con el fin de acercar a los estudiantes a un contexto, salir de una rutina de procesos memorísticos y rutinarios en el aprendizaje para que los estudiantes utilicen lo aprendido para resolver problemas, no solamente a las pruebas de lápiz y papel sino también cualquier situación de problema verbal del contexto escolar o social.

Utilizar el conocimiento para ser competente frente a una situación problema y encontrar las respuestas a estos.

CAPÍTULO 7

7. UNIDAD DIDÁCTICA

Objetivo general de la unidad didáctica

Desarrollar actividades que promuevan mejorar las dificultades para resolver problemas verbales con estructura multiplicativa en los estudiantes de grado tercero de la Sede el Poblado y lo puedan aplicar en su contexto.

Contenidos para la unidad didáctica

1. El concepto multiplicativo desde la suma.
 - Conocer modelos donde puedo representar las multiplicaciones.
 - Conozcamos la multiplicación.
 - Usemos las tablas de multiplicar.
2. Planteamiento de problemas verbales y la multiplicación.
3. Problemas verbales contextualizados.

Contenido Conceptual: El manejo de los diferentes gráficas y actividades.

Contenido Procedimental: Investigar, analizar y establecer cuál es la importancia en el desarrollo de los ejercicios. Resolver las actividades planteadas en la Unidad Didáctica.

Contenido Actitudinales: Cooperación e interés en el desarrollo del trabajo. Valorar el trabajo, ser puntuales en sus actividades diarias.

Contenido Transversal: Las relaciones de los contenidos con otras áreas del conocimiento para permitir que el estudiante encuentre la contextualización de los contenidos.

Desarrollo de la unidad didáctica.

Actividades de planeación.

- . Creación del equipo de trabajo.
- . Diseño de la unidad didáctica.
- . Para el manejo de los aspectos curriculares y metodológicos para la implementación de la unidad didáctica con los estudiantes, se llevará una planeación desde lo curricular, lo pedagógico, didáctico y científico. También preparar los materiales de trabajo para el desarrollo de las actividades con los estudiantes.
- . Diseño e implementación de un instrumento para conocer las ideas previas.

Recursos.

- . Tablero.
- . Marcadores borrables.
- . Cuadernos.
- . Lapiceros, lápiz, borrador.
- . Cartulinas y marcadores permanentes.
- . Los modelos que elaborados en los rincones de aprendizaje.
- . También es necesaria la utilización de los elementos tecnológicos y que son necesarios en este proceso de la enseñanza aprendizaje de los estudiantes, los que podrían ser.
- . Proyectores.
- . Computadores para el manejo de software con estructuras matemáticas de problemas verbales y estructuras multiplicativas.

Momento uno.

Utilización de los modelos en la multiplicación.

- **Ideas previas.**

Actividad para determinar los obstáculos para resolver y plantear problemas verbales.

Para conocer las ideas previas y encontrar como los estudiantes manejan la comprensión lectora en la resolución de problemas verbales y la relación de la secuencia de los eventos, el tipo de palabras que empleara para redactar un texto escrito reconociendo las relaciones de causa y efecto en cada uno de los problemas verbales que planteara.

Actividad 1.

Para esta actividad se tienen programado escribir en una línea de tiempo las actividades que realiza el estudiante en un día, desde el momento que se levanta hasta que llega a la escuela, esto con el fin de conocer los tiempos el “antes y el después” para que el estudiante lo maneje cuando tenga que resolver un problema verbal, ya que esta sea una dificultad en entender los enunciados, datos, secuencias que estarían en un problema verbal.

Actividad 2.

Pedir que cada estudiante traiga unas monedas, billetes de pequeños valores hacer una salida de compras a la tienda escolar, realizar todo tipo de compras en mecatos olvidándose que está en una clase de matemáticas, disfrutando del sabor del dulce y la belleza de la naturaleza. Después al regresar al salón como actividad planeada se le pedirá a los estudiantes que escriban todos los eventos que realizaron en las compras que hicieron, ¿lo que compraron?, ¿las primeras vueltas?, ¿cuánto mecató compraron?, ¿con quién compartieron?, ¿que cambiaron?, ¿cuánto dinero les sobro?, o ¿si les faltó?, ¿pidieron prestado?, ¿cambiaron monedas y billetes con sus compañeros? en fin... Todas estas actividades registrarlas en escritos con el fin de poder conocer las diferentes capacidades de redactar que tienen y las secuencias con que realizan los escritos, como los motivos de cómo y por qué realizaron estos eventos.

Actividad 3.

Con la actividad anterior formulada por los estudiantes, se empezará a realizar las operaciones de suma, y posteriormente estas sumas representarlas en multiplicaciones.

Actividad 4.

Una vez haya escrito las diferentes operaciones de suma y multiplicación de los productos que compro, el estudiante empiece a escribir los problemas verbales de las compras que realizo, con el fin de encontrar las capacidades que tiene el estudiante para redactar, analizar los procesos que realizo. De esta manera encontrara lo explícito del problema, que en este caso sería lo relacionado a los enunciados que les dio a los problemas llevando estas actividades a lo implícito que serían todas las actividades problemáticas que realizo en el proceso de las compras.

Para conocer las ideas previas y algunos obstáculos que tienen los estudiantes con referencia a la resolución de problemas verbales con estructura multiplicativa, se elaboró un documento con el fin de conocer estos obstáculos. (**Anexo 8**)

En este proceso es necesario enseñar la multiplicación y la resolución de problemas verbales de una manera representativa y contextualizada permitiendo encontrar respuestas a las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas verbales. Para el desarrollo de estas actividades de esta Unidad Didáctica se elaboró unos modelos en madera, como: (el ECAM, los dados. el S.D.N, entre otros), los cuales serán utilizados como instrumento didáctico en las clases de matemáticas, permitiendo conocer de cerca y de manera representativa muchos factores multiplicativos dejando al estudiante un aprendizaje metacognitivo, teniendo en cuenta las relaciones de las ciencias con el proceso científico y epistemológico. En este sentido D'Amore (2007) expresa:

“El desarrollo de la Matemática, procede en diversas direcciones, pero no se puede negar que, en primera instancia y con gran fuerza, se asocie a la creación de conceptos; ahora bien, no se pueden crear conceptos sin delinearlos epistemológicamente, por tanto, queriendo o sin querer, quien reflexiona sobre el desarrollo de la Matemática debe necesariamente plantearse el problema de la naturaleza de los conceptos” (p. 36).

En este sentido como lo expresa D'Amore (2007) el desarrollo de las matemáticas puede surgir de cualquier manera, pero no la necesidad de crearse conceptos que no tengan una historia epistemológica relación a las ciencias matemáticas, de nada serviría crearlos como conceptos empíricos sin su relevancia científica.

En este caso se elaboró un modelo para representar las tablas de multiplicar llamado el "ECAM". (Enseñanza Con Aprendizaje Multiplicativo). Esta elaborado en madera con una cuadrícula y una regleta en Angulo de 90 grados la cual sirve cómo medio de ubicación, donde me permite ubicar cualquier factor multiplicativo. También sirve para conocer propiedades de la multiplicación y el manejo de figuras geométricas y áreas. Las siguientes fotografías muestran el trabajo de aprestamiento que se llevarán con los estudiantes de la Sede El Poblado, del tercero. También se elaboró otros modelos que sirven para estas actividades, (El geo plano).



En la anterior fotografía muestra los modelos que utilizarán los estudiantes para el desarrollo de esta actividad, lo cual hace referencia al manejo y utilización específicamente en las tablas de multiplicar y de esta manera, aparte de aprenderlas de una forma memorística, le permitirá entenderlas de modo contextualizado mediante el modelo llamado el "EL ECAM". (Enseñanza Con Aprendizaje Multiplicativo). REPLANTEAR. EN REFRENTE CONTEXTUAL



. Los modelos utilizados para representar productos multiplicativos.

En las siguientes fotografías se puede observar algunos modelos que elaborare para el manejo de los productos multiplicativos, en las actividades de la Unidad Didáctica.

Los niños mostraran productos de la multiplicación. En este modelo los estudiantes representaran los diferentes productos de las tablas de multiplicar de una manera representativa, permitiendo contextualizar los diferentes productos multiplicativos de una manera fácil por medio de unas canicas.





Nota: Los anteriores modelos fueron elaborados en madera Por el docente Edilson Camayo en el transcurso de este año escolar, también estaba propuesto en el cronograma de actividades para el desarrollo de la didáctica.



Reconocimiento de ideas previas

En las siguientes actividades se utilizara los anteriores modelos con el fin que los estudiantes los puedan utilizar de tal manera les facilite encontrar las respuestas facilmente a los productos multiplicativos. Estos dados se elaboraron en madera para el desarrollo de las

siguientes actividades con el fin que los estudiantes los puedan manipular y encontrar resultados multiplicativos y completar los siguientes ejercicios.

✓ **Actividad 1.**

Juego con dados.

En el siguiente juego los estudiantes lanzaran los dados, el resultado que den los números de cada lado se relacionaran como factores multiplicativos y despues encontraran sus resultados, los anotaran en una tabla como la siguiente. Se puede hacer en forma individual o en equipo.

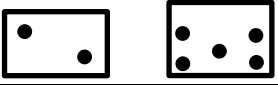


Dados elaborados en madera para el desarrollo de esta actividad.

Para empezar el juego siga las siguientes instrucciones:

1. Lance los dos dados.
2. Cuente la cantidad de puntos que quedaron en cada una de las caras superiores de los dados y multiplique esas cantidades.
3. Anote en el siguiente cuadro lo que va obteniendo hasta completar la tabla con 15 lanzamientos.

Tabla 5. Utilizo los dados para multiplicar

Número.	Caras superiores.	Cantidad al multiplicar.
Lanzamientos.		10.
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		

Con el anterior cuadro responder las siguientes preguntas.

Una vez completado el cuadro analizar los resultados que obtuvo en los 15 lanzamientos.

¿Es posible obtener 1?.....¿Por qué?.....¿Cómo?

¿Es posible obtener 42?.....¿Por qué?..... ¿Cómo?

¿Qué resultados obtuvieron el mismo número?..... ¿Por qué?




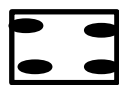

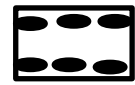

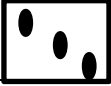

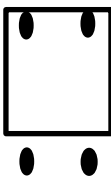
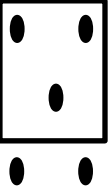
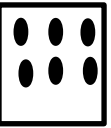
✓ **Actividad 2.**

Completar el siguiente cuadro con el resultado de los factores de los dos dados, completando el numero que falta en la casilla.

Actividad complementaria del cuadro.

Esta actividad se realizara de manera grupal.

Tabla 6. Los dados y el producto multiplicativo

X						
	1	2	3	4	5	
	2	4		8		12
		6		12	15	
	4	8	12		20	
	5					30
		12	18		30	36

Observe el cuadro completado y marque falso o verdadero y argumente la respuesta.

-() Es posible obtener los números 12, 20 y 36. ¿Por qué? ¿Cómo?

-() Es posible obtener el número 13. ¿Por que? ¿Cómo?

.() Se puede obtener el número 35. ¿Cómo?

-() El 36 es el número mayor que se puede obtener.

¿Por qué no se puede obtener números mayores que el 36?

-() El número 12 es el que mas veces se repite. ¿Por qué?. ¿Cómo?

✓ **Actividad individual.**

Los siguientes problemas verbales son tomados de la Primera cartillas de Matemáticas. Modelo Educativo Escuela Nueva. Grado tercero, Unidad 2. Guía 5. Actividad básica. Usemos las tablas de multiplicar. Practiquemos otra forma de ver la multiplicación. Primera cartilla. Punto 2, Pág. 46.

Actividad 1.

El desarrollo de esta actividad se realizara de manera invividual.

Tomen 1 hoja de cuaderno y recorten 24 fichas pequeñas y hagan lo siguiente.

-Armen todas las figuras rectangulares y cuadradas que puedan. No olviden la condicion de utilizar la totalidad de las fichas.

-Dibujenlas en sus cuadernos.

-Escriban las 2 multiplicciones que representa cada figura.

Actividad grupal.

Con la mismas fichas y como en el ejercicio anterior formen figuras que tengan las siguientes cantidades de fichas 12, 18, 11, 36, 30, 47,. Una vez realicen la figura y escriban la multiplicacion que tienen, llevan los datos a la siguiente tabla.

Tabla 7. Los números y sus productos multiplicativos

Número de fichas usadas.	Número de figuras diferentes construidas.	Multiplicaciones representadas.	Número de multiplicaciones representadas.
12.	3.	3X4, 4X3, 2X6, 6X2, 1X12, 12X1.	6.
18.			
11.			
36.			
30.			

Con base en la anterior tabla responder las preguntas.

1-Entre las cantidades de fichas dadas, existe un caso en el que no fue posible al menos construir una figura rectangular? ¿Por qué?

2-Para que cantidades de fichas solo fue posible construir una única figura? ¿Cuántas multiplicaciones se puede representar en este caso? ¿Por qué?

3-Cual es el número que permitió el mayor número de multiplicaciones? ¿Por qué?.

Actividad 1.

Utilizando las misma fichas investigue la cantidad de figuras rectangulares que se pueden construir con una nueva cantidad dada de fichas y responder las siguientes preguntas.

-De 1 a 24, cuales son los numero que solo permiten construir una unica figura? ¿Por qué?.

-De 1 a 24, cuales son los números que permiten construir unicamnete 2 figuras? ¿Por qué?

En la siguiente tabla consignar los datos de la investigacion.

Tabla 8. Utilización de fichas para armar figuras

Número de figuras contruidas.	Cantidad de fichas utilizadas.

Conozcamos la multiplicación.


Los siguientes argumentos tomados de la Primera cartilla. Unidad 2. Matemáticas. Escuela Nueva. Grado Tercero Guía 4 C. Conozcamos la multiplicación. Pág. 42.

El concepto de la multiplicación desde la suma. (Tomada de la cartilla de escuela nueva grado tercero).


Con frecuencia se presentan problemas en los que hay que calcular la adición de varias veces un mismo sumando.

Problema verbal.

Alberto compra 5 panes, cada uno a 8 pesos.

¿Cuánto paga en total?  $8+8+8+8+8=40$.

En cada caja se empacan 4 naranjas.

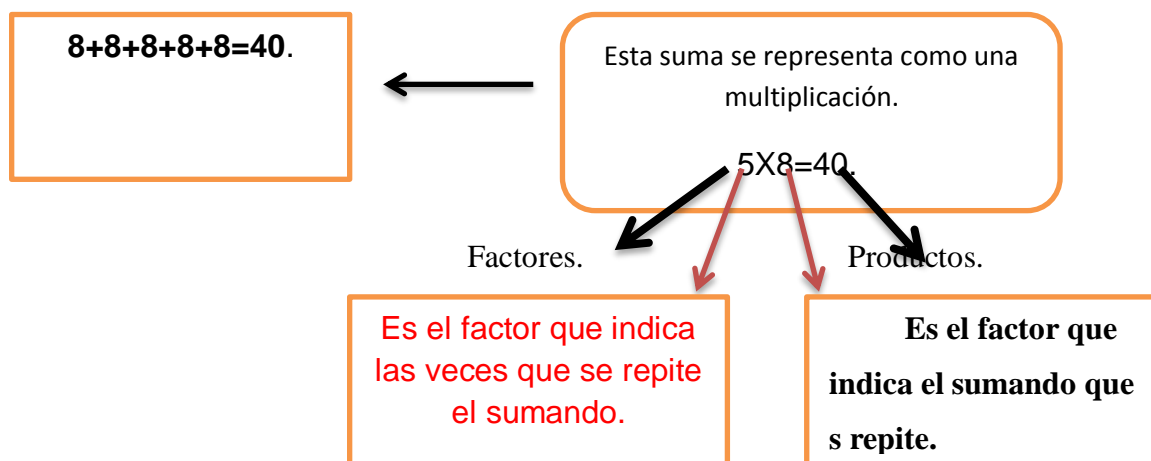
¿Cuántas naranjas se empacan en 6 cajas?  $4+4+4+4+4+4=24$.

Los familiares de un batallón se forman en 4 filas cada una con 7 soldados.

¿Cuántos soldados son? ➡ $7+7+7+7=28$.

Las adiciones de varias veces un mismo sumando se pueden representar como una nueva operación llamada multiplicación.

Figura3. El concepto de multiplicación.



5×8 se lee: “la multiplicación de 5 por 8” o “5 por 8”.

Y al resultado de la operación se le llama producto o simplemente resultado.

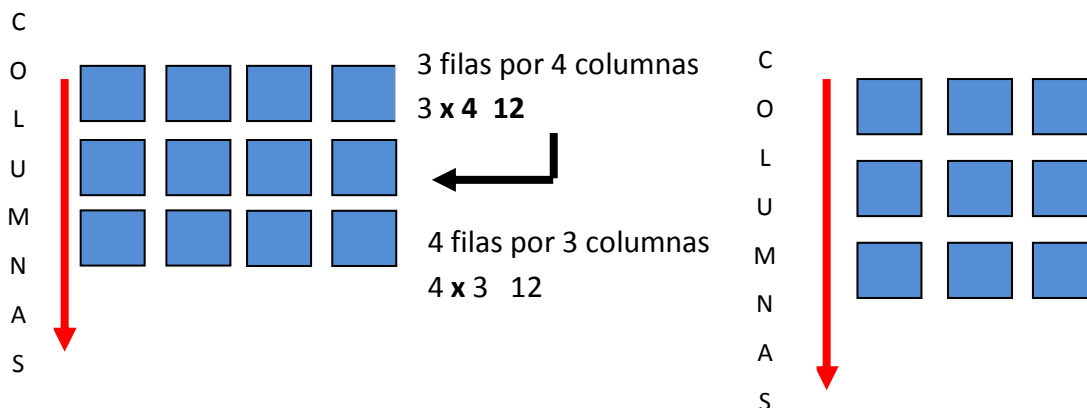
Usemos las tablas de multiplicar.

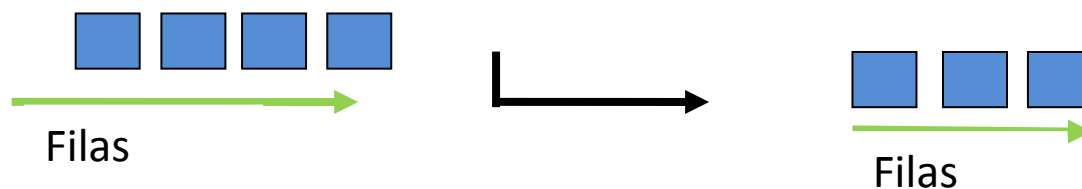
La multiplicación se puede representar con este material.

Figura 4. El producto multiplicativo

.

Armen figuras rectangulares con los siguientes:





Para complementar el concepto de la multiplicación se utilizan diferentes modelos elaborados como el “ECAM”. (Enseñanza Con Aprendizaje Multiplicativo). Con el fin de encontrar productos de las tablas de multiplicar. También es posible que estos productos se contextualicen de una manera real en el contexto, como puede ser el piso, el grupo de sillas, las mesas.

HISTORIA DE LA MULTIPLICACIÓN, (Tomada de: <http://www.slideshare.net/Rudy-Araya/multiplicacin-hind>).

La multiplicación en la antigua india.

A los matemáticos hindúes les fascinaban las cuestiones numéricas. Especialmente aquellas que tenían que ver con operaciones aritméticas usuales. La suma y la multiplicación se hacían en la india de la misma manera como lo hacemos hoy, excepto en que, por lo tanto, para multiplicar procedían de izquierda quitando al escribir sobre ellas, o bien, una tabla cubierta, de arena o de harina. Entre los métodos utilizados para multiplicar había uno que se conocía con nombres distintos: multiplicación en celosía o multiplicación en celdillas o en cuadrilátero. Para entenderlos mejor se analiza cómo se multiplica 5648×375 .

o cinco; dicen que un día coloco de una decena. La cantidad por cada caja era la misma para el día y dependía del estado de ánimo con que se levantaba. Si amanecía alegre muchas galletas ponía, pero si triste se levantaba, los habitantes sabían que ese día pocas galletas tendrían.

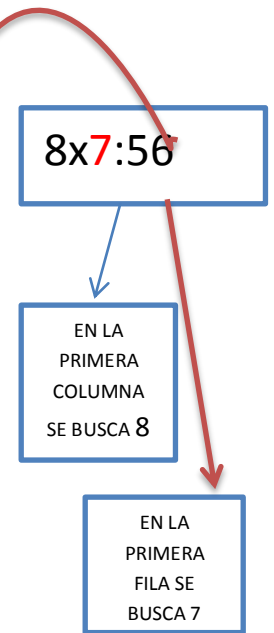
Como otras de las ocupaciones que más la entretenía era la de controlar muy bien la cantidad de galletas que a cada cliente le entregaba, experta en hacer cuentas se volvió. Dicen los ancianos del pueblo que, en su único cuaderno, que con mucho celo guardaba, tenía una tabla que disque ella misma había inventado. En el pueblo por su habilidad matemática las personas mayores siempre la respetaban, esta admiración se transmitió de generación en generación. Con esa tabla, que ella nunca a nadie enseñó, se le reconocía como la persona más diestra en arte de saber cuántas galletas le daba a un cliente según la cantidad de cajas que comprara. Era tanta la admiración que los abuelos le tenían a doña Ambrosina que ocultaron a sus hijos, como el mayor de los secretos, una mañana, la única que ser humano la supero en hacer las cuentas, en la que llegó, el primer extranjero que se recuerde visitó al pueblo. Estando muy anciana, a la tienda se acercó una persona elegante, pidió varias cajas de galletas, abrió una y mientras doña Ambrosina buscaba su tabla en las hojas de su cuaderno viejo, el visitante saca un aparatito muy pequeño y con una especie de lápiz muy delgado, oprimió unas pocas teclas y dijo: “me has dado 48 galletas” Dicen que desde ese día, siempre ponía a unos de los nietos a la entrada del pueblo, para que le avisara si llegaba un visitante; si eso ocurría doña Ambrosina cerraba la tienda. Uno de sus terratenientes, matemático e historiador, después de mucho investigar logró reconstruir y aprender a manejar la tabla utilizada por doña AMBROSINA.

Tabla de doña ambrosina. (La multiplicación).

Imagen tomada de la cartilla Escuela Nueva Unidad 2. Guía 5. B. (p.49).

Tabla 9. Tabla de doña Ambrosina

Número repetido. Número Veces.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100



Esta tabla es muy útil para recibir todo tipo de problema que tienen que ver con la multiplicación, por eso es importante aprender a usarla con habilidad. Incluso muchos adultos la saben de memoria. Poco a poco con el uso y unos trucos que iras aprendiendo terminaras memorizando los resultados,

Problemas verbales con estructura multiplicativa

Problemas verbales tomados de la primera cartilla de Matemáticas Grado Tercero. Punto 1. Guía 5 B. (p. 49).

1, Utiliza la tabla de doña Ambrosina para contestar las siguientes preguntas:

- ¿Cuántas galletas empaca en 3 cajas de a 5 galletas por caja?
- ¿Cuántas galletas hay: si se colocan 8 galletas por caja y se tienen 7 cajas?
- ¿Cuántas galletas se empacan en cada caja, si 40 galletas se empacan por igual en 8 cajas?
- En una caja hay 4 galletas por caja. ¿Cuántas galletas hay en 7 cajas, si todas las cajas tienen la misma cantidad?

Problema verbal.

La tabla de ambrosiana se puede utilizar para resolver problemas semejantes. Contesten las preguntas:

En cada bolsa se colocan 9 dulce.

¿Cuántos dulces se empacan en 6 bolsas?

En cada carro viajan 6 personas

¿Cuántas personas viajan en 8 carros?

Segundo momento.

Problemas contextualizados.

Tienda escolar.

(Anexo 9. fotografías de niños atendiendo la tienda).

Mi chorrito.

En el desarrollo de esta actividad los estudiantes manejaran las ventas de los mecatos de la tienda escolar con el fin de aprender a contar los billetes y monedas de diferentes denominaciones, con el fin que realicen cuentas en la venta de los productos y estas las relacionen con problemas verbales con el fin de resolverlos.

Mecatos.

Precios.

Galletas Muuu..... 300 Pesos.

Bombones.....300 Pesos.

Núcritas.....400 Pesos.

Gomas.....100 Pesos.

Barriletes.....200 Pesos.

Chocolatina.....400 Pesos.

Dulces fruticas.....100 Pesos.

Las siguientes monedas y billetes son los que se manejan para la venta de los mecatos.

Monedas, billetes y denominaciones.

Monedas de..... 50 Pesos.

Monedas de.....100 Pesos.

Monedas de.....200 Pesos.

Monedas de.....500 Pesos.

Monedas de..... ..1000 Pesos.

Billetes de.....1000.Pesos.

Billetes de.....2000 Pesos.

Billetes de.....5000 Pesos.

Nota: Se manejan estas denominaciones debido a que la venta escolar es entre estudiantes los padres de familia, no les dan billetes con más denominaciones.

Ventas de los productos.

Al salir al recreo los estudiantes se disponen a comprar los mecatos de tal manera quien los atiende son niños de grado tercero.

Ejemplo.1.

El alumno “y” comprador le pide al alumno “x” vendedor que haga el favor y le venda 2 bombones, 3 barriletes y 5 galletas. ¿El alumno “y” le pregunta cuánto vale esto? El alumno “x” le dice: 2000 pesos. El alumno “y” paga con un billete de 1000 pesos y una moneda de 1000 pesos. El alumno vendedor realiza las diferentes operaciones mentales ya sea una suma o una multiplicación, teniendo en cuenta lo competitivo que sea para el desarrollo de las operaciones.

Ejemplo 2.

El alumno “y” pide que el alumno “x” le venda 5 barriletes y 4 galletas y 2 dulces. ¿El alumno “y” pregunta cuánto vale esto? ¿El alumno “y” pregunta cuánto me sobra del billete de 2000 pesos? ¿Me alcanza o me falta? ¿Cuánto? ¿Por qué?

Ejemplo 3.

La profesora del alumno “A” le pide que le compre 5 galletas, 20 barriletes y 20 dulces.

¿Cuánto le sobra de la compra si le paga con un billete de 5000 pesos? ¿Por qué?

Ejemplo 4.

El alumno “A” compra en la tienda escolar los siguientes mecatos.

.3 Bombones.

.4 Galletas mu.

. 5 Barriletes.

¿Cuánto dinero paga por la compra de estos productos? ¿L e alcanza? ¿Cuánto? ¿Por qué?

Selecciono la respuesta correcta:

A). Más de 2000 pesos.

B). Cerca de 3000 pesos.

C). Exactamente 2200 pesos.

D) Ninguna de las anteriores.

Argumente su respuesta. ¿Por qué?

(Anexo 9)

Tercer momento

Apliquemos lo aprendido

Problemas contextualizados.

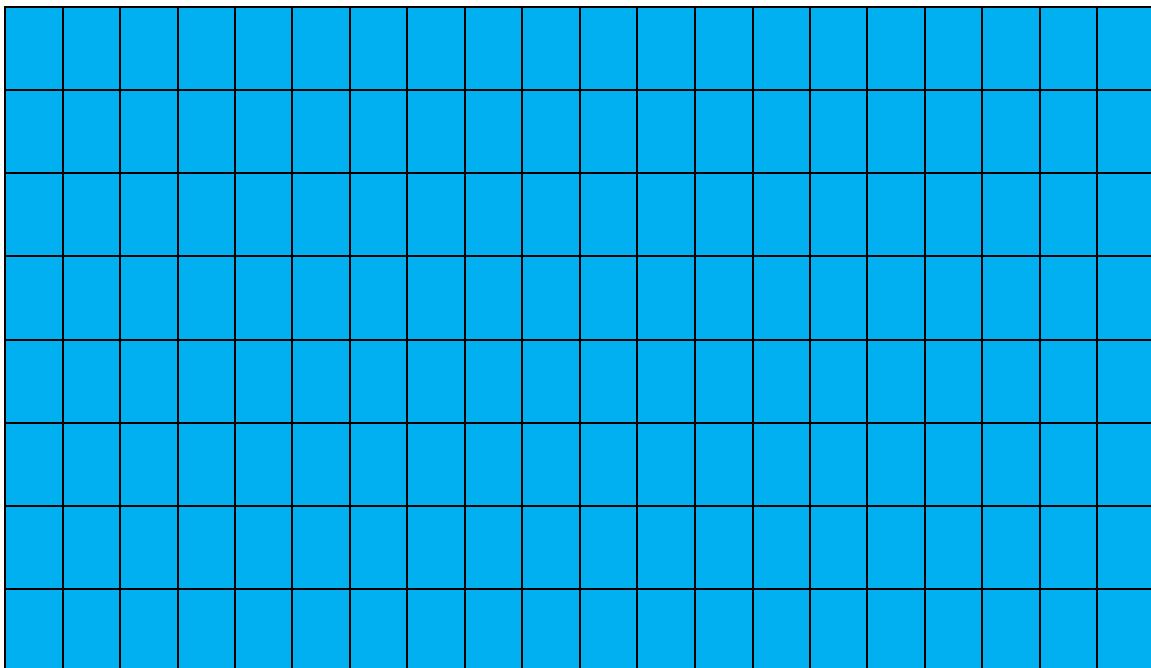
El estudiante aplicara lo aprendido para resolver cualquier tipo de problema verbal con estructura multiplicativa relacionado con los temas vistos, como una manera de demostrar su aprendizaje.

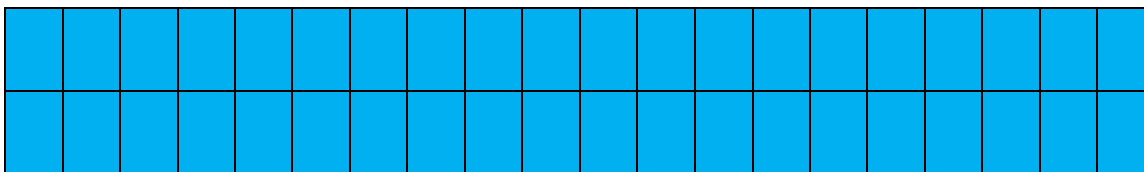
(Imagen Tomada de la primera cartilla Matemática de Escuela Nueva. Grado tercero, Guía 6. A. Estudiemos las relaciones multiplicativas. p. 56.)

Utilicemos la multiplicación para comparar tamaños de superficies

¿Cuántas baldosas utilizara el albañil para cubrir el piso, si a lo largo caben 20 baldosas y a lo ancho 10? Si tiene 200 baldosas. ¿Le alcanzan? Si___No___ ¿Por qué?

Tabla 10. Tabla de doña Ambrosina





En otro cuarto también de forma rectangular, pega 5 baldosas a lo ancho y 39 a lo largo.
¿Cuántas baldosas utiliza en este cuarto?

Problema 1.

Don Luis pinta 2 paredes averigua en cual utiliza más pintura.

-La primera tiene 18 ladrillos a lo alto y 9 a lo ancho.

-La segunda 25 a lo largo y 8 a lo ancho.

-En cuál de las 2 paredes gasta más pintura? ¿Por qué?

-Escribe la multiplicacion que debe calcularse para resolver los siguientes problemas:

-En cada bolsa se empacan 7 guayabas, ¿Cuántas guayabas se empacan en 6 bolsas?

R:

Cada vaca produce 6 botellas de leche, ¿Cuántas botellas producen 5 vacas?

R:

Resuelve los siguientes problemas. Cuando sea pertinente utiliza la tabla de la multiplicacion de los numeros menores.

-¿Cuántos tornillos se empacan en 2 bolsas, si en una se colocan 7 y en la otra 5?

-Es aconsejable que una persona consuma minimo 5 vasos de agua al dia. ¿Cuántos vasos de aguan debe consumir una persona a la semana, como minimo?

-La experiencia le ha enseñado a don Arturo, el tendero, que por cada caja que abra resultan mas o menos 6 tomates aporreados, ¿Cuántos tomates aproximadamente saldrán aporreados en 9 cajas?

-Enrique necesita distribuir en partes iguales 48 pupitres en 8 salones, ¿Cuántos pupitres debe poner en cada salón?

-Sofía pagó \$72 por 8 panes, ¿Cuánto pagó por cada uno?

-Sonia, la modista, necesita 9 cm para hacer cada moño, ¿Cuántos moños podría realizar con una cinta que mide 63 cm?

Problemas de aplicación. (Imágenes tomadas de la cartilla Santillana. Grado tercero).

Resolvamos problemas de multiplicación.

-Con los siguientes problemas usted podrá valorar lo que aprende en esta solución.

1-Memo trabaja en un vivero y la venta de flores las hace por caja. En cada caja él acomoda 12 petunias.

El lunes vendió 4 cajas de petunias. El total. ¿Cuántas petunias vendió?_____

Memo también vendió gardenias. En cada caja él acomoda 16 gardenias. Si él vendió 5 cajas de gardenias. ¿Cuántas flores vendió en total?_____

- En el restaurante de mi pueblo están preparando el salón para la celebración de una boda, Han colocado 110 mesas con 5 sillas cada una. ¿Cuántas personas se podrán sentar?

1 . Comprende.

Pregunta:_____

Datos:_____

2 .Piensa que hay que hacer.

☐ Una suma. ☐ Una resta y una suma. ☐ Una multiplicación.

Calcula.

Respuesta_____

- La madre de David ha acudido a un concurso de televisión y le han preguntado. ¿Cuántos

Problemas

Fecha _____



gramos de arroz hay en 6 sacos como estos?

R:

Pregunta_____

Datos_____

Piensa que hay que hacer.

☐ Una suma. ☐ Una resta y una ☐ Una suma y una multiplicación.

Calcula.

Respuesta_____

- Los tuaregs han llegado al mercado con 50 camellos cargados de mercancía. 5 de ellos llevan 138 paquetes de dátiles cada uno. ¿Cuántos paquetes de dátiles llevan en total?

R:

Pregunta_____

Datos_____

Piensa que hay que hacer.

☐ Una suma.

☐ Una resta y una suma.

☐ Una multiplicación.

Calcula.

Respuesta_____

- La hermana de David tiene 8 cajas de bombones como esta. ¿Cuántos bombones tiene la hermana de David?



R:

Pregunta_____

Datos_____

Piensa que hay que hacer.

☐ Una suma.

☐ Una suma y una multiplicación.

☐ Una multiplicación.

Calcula.

Respuesta_____

Actividad individual. Colorear la figura de acuerdo al producto de los factores multiplicativos.

PDJ

Nombre: _____ Fecha: _____

MULTIPLICACIONES

Cada grupo de multiplicaciones tiene un color para pintar el dibujo de Napoleón. Pinta cada número según el resultado de las multiplicaciones.

AMARILLO $3 \times 4 =$ $3 \times 8 =$ $3 \times 6 =$ $3 \times 2 =$	NARANJA $2 \times 4 =$ $2 \times 2 =$
VERDE $2 \times 7 =$ $2 \times 5 =$ $2 \times 8 =$ $2 \times 10 =$	VIOLETA $8 \times 8 =$ $8 \times 7 =$
COLOR CARNE $9 \times 5 =$ $9 \times 8 =$ $9 \times 7 =$	MARRÓN $8 \times 5 =$ $8 \times 6 =$
CELESTE $4 \times 7 =$ $4 \times 8 =$ $4 \times 9 =$	GRIS $7 \times 3 =$
ROJO $6 \times 6 =$ $6 \times 7 =$ $9 \times 1 =$	ROSA $7 \times 9 =$ $7 \times 7 =$
AZUL $5 \times 3 =$ $5 \times 5 =$ $5 \times 6 =$ $5 \times 7 =$	NEGRO $8 \times 10 =$ $9 \times 6 =$

www.actiludis.com

Imágenes: Vladimir Zúñiga
www.focacart.com

Figura 6. Las multiplicaciones y su utilización en el entorno

(Imagen tomada: <http://www.actiludis.com/?p=6752>).

Actividades complementarias

Estas actividades se realizarán como instrumento evaluativo para conocer los diferentes procesos cognitivos adquiridos por el estudiante de acuerdo a los diferentes procesos realizados en las diferentes clases. Se tiene en cuenta los diferentes recursos que el estudiante utiliza y la forma como los utiliza para el desarrollo de las actividades.

Para esta actividad se recortan 100 papelitos de 1 centímetro cuadrado las cuales servirán como fichas para que el estudiante realice las actividades formando las figuras de los datos que piden en el cuadro.

Evaluación.

La evaluación en este proceso es constante y en cada uno de los momentos en el desarrollo de las actividades. Se evaluará a los alumnos en el proceso de enseñanza aprendizaje con el fin de poder encontrar resultados cognitivos en los estudiantes una vez se esté desarrollando las diferentes actividades en cada uno de los momentos.

Recogida de datos (diarios, observaciones, cuestionarios, entrevistas, observaciones...).

-Análisis y reflexión de resultados obtenidos.

Transversalidad.

El espacio utilizado para el desarrollo de las diferentes actividades programadas en la Unidad Didáctica, en principio el salón de clase, pero también se pueden hacer salidas a otros lugares cerca de la escuela, como es la huerta escolar, donde hay también un espacio adecuado y cómodo y se puede utilizar los elementos del medio para integrarlos a los diferentes problemas que queremos resolver, también podemos utilizar los modelos de los rincones de aprendizaje para que los estudiantes desarrollen su proceso de enseñanza aprendizaje. La evaluación en esta Unidad Didáctica estará enfocada a ser una evaluación diagnóstica, esta se utilizaría en conocer los conocimientos previos que tiene los estudiantes y la evaluación formativa se llevaría de una forma permanente en cada proceso que se realice con los estudiantes, partiendo de los diferentes procesos para una mejor enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y estos sean mejorados a partir de la valoración de los procesos obtenidos en los resultados de las evaluaciones. Esto no quiere decir que no se trata de hacer diferentes juicios de valor para especular si los estudiantes saben mucho o saben poco, sino que puedan demostrar lo que han aprendido en el desarrollo de problemas.

Las evaluaciones también deben estar enfocadas a los diferentes procesos que lidera el docente de tal manera que me permita evaluar que tan cognitivo fue el aprendizaje en los estudiantes de las actividades que desarrolle en las respectivas clases.

ANEXOS

Anexo 1. (Copias de pruebas diagnósticas.)

RESULTADOS EGMA							
RECONOCER PATRONES NUMÉRICOS	CONCEPTOS DE VALOR POSICIONAL		CONOCIMIENTOS CONCEPTUALES Y DE PROCEDIMIENTO - FLUIDEZ				RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO
Ejercicios 1: Identificación de números	Ejercicios 2: Comparación de números	Ejercicios 3: Completar la sucesión - números faltante	Ejercicios 4: Sucesión 1	Ejercicios 5: Sucesión 2	Ejercicios 6: Realización 1	Ejercicios 7: Realización 2	Ejercicios 8: Resolución de problemas - ejercicios
45,60	10,00	7,00	14,00	5,00	9,00	5,00	3,00
46,15	10,00	6,00	13,00	4,00	10,00	4,00	2,00
34,55	8,00	2,00	13,00	3,00	11,00	3,00	3,00
18,00	8,00	4,00	7,00	4,00	7,00	3,00	2,00
34,29	0,00	5,00	9,00	2,00	6,00	0,00	2,00
34,00	8,00	7,00	8,00	5,00	8,00	0,00	2,00
35,29	0,00	7,00	20,40	3,00	10,00	1,00	1,00
34,29	0,00	8,00	11,00	4,00	11,00	3,21	3,00
38,71	9,00	9,00	14,00	4,62	11,00	3,00	3,00
18,82	0,00	4,00	8,00	3,00	2,00	1,00	2,00
20,86	0,00	5,00	9,00	2,18	6,00	0,00	3,00
26,15	0,00	5,00	13,00	2,00	5,00	0,00	2,00
60,00	9,00	8,00	12,00	5,00	10,00	5,00	17,00
24,00	0,00	4,00	8,00	1,00	6,00	0,00	3,00
30,00	0,00	4,00	10,00	0,00	7,00	1,00	1,00
38,00	10,00	5,00	10,00	2,00	4,00	0,00	2,00
40,71	10,00	6,00	10,00	1,00	8,00	0,00	3,00
20,00	10,00	6,00	10,00	2,00	7,00	1,00	3,00
19,00	10,00	5,00	9,00	2,00	6,00	1,00	1,00
20,00	8,00	5,00	8,00	1,00	6,00	1,00	2,00
1,00	9,00	1,00	5,00	0,00	7,00	0,00	2,00
40,00	10,00	9,00	11,00	4,00	7,00	5,00	4,00
3,00	7,00	2,00	5,00	0,00	0,00	0,00	2,00
4,00	9,00	2,00	6,00	0,00	0,00	0,00	2,00
19,20	5,00	2,00	9,00	2,00	4,00	2,00	3,00
38,00	8,00	4,00	14,00	4,00	6,00	1,00	2,00
#;DIV/0!	0,00	0,00	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	0,00
#;DIV/0!	0,00	0,00	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	0,00
#;DIV/0!	0,00	0,00	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	0,00
#;DIV/0!	5,47	4,47	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	#;DIV/0!	2,60

Anexo 2. Hojas de respuestas EGRA y EGMA (para docente)

HOJA DE RESPUESTAS EGRA y EGMA (para docente)

DATOS GENERALES PRUEBAS EGRA Y EGMA	
Consentimiento Verbal del estudiante	Si - No
A. Nombre del encuestador:	
B. Nombre de la Institución Educativa:	
C. Nombre de la sede:	
D. Edad del estudiante:	
E. Hora que empezó y finalizó la prueba	
F. Género del Estudiante:	M = masculino, F = femenino
G. Zona:	R = Rural, U = Urbana
H. Jornada:	M = mañana, T = Tarde
I. ¿Aula multigrado?	Si - No
J. Grado:	1, 2, 3
K. Grupo:	1, 2, 3

EGRA

Estudiante Número: _____

SECCIÓN 1. CONOCIMIENTO DEL NOMBRE DE LAS LETRAS		Hoja A
(X) (/) Incorrecto o sin respuesta () Después de la última letra leída		
V	I	10
K	T	20
N	z	30
R	B	40
H	C	50
S	Y	60
A	e	70
G	T	80
L	L	90
N	K	100
Total ítems correctos		
Tiempo _____ (máximo 60 segundos)		
PRUEBA INTERRUPTA: Si () No ()		

SECCIÓN 2. IDENTIFICACIÓN DEL SONIDO INICIAL		(No requiere hoja adicional)
(X) Marque con "X" la celda que corresponda ¿Cuál es el primer sonido de la palabra? " ? (Marque correcto o incorrecto)		
	Correcto	Incorrecto
Sol	/s/	
Mar	/m/	
Agua	/a/	
Toca	/t/	
Cana	/c/	
Mesa	/m/	
Luna	/l/	
Foca	/f/	
presa	/p/	
Truco	/t/	
Ítems Correctos		
Tiempo _____ (máximo 60 segundos)		
PRUEBA INTERRUPTA: Si () No ()		

SECCIÓN 3. DECODIFICACIÓN DE PALABRAS INVENTADAS		Hoja B
(X) (/) Incorrecto o sin respuesta () Después de la última palabra leída		
lele	quibe	5
cafa	celi	10
lluno	nle	15
luma	añli	20
ledo	fasu	25
bosu	rale	30
pluva	arou	35
onli	zuca	40
foba	lise	45
quina	culo	50
Total ítems correctos		
Tiempo _____ (máximo 60 segundos)		
PRUEBA INTERRUPTA: Si () No ()		

SECCIÓN 4. LECTURA DE UN PÁRRAFO		Hoja C
(X) (/) Ponga esta marca a cualquier palabra incorrecta. () Ponga esta marca a la última palabra leída.		
Mano tiene una gata.	4	
La gata es negra y gorda. Le gusta jugar y brincar.	15	
Un día María no pudo encontrar a la gata.	24	
María y su mamá le buscaron por toda la casa. La gata estaba debajo de la cama.	41	
La gata tuvo tres gatitos. La mamá de María le dijo: -Yo también voy a tener un bebé. Vas a tener un hermanito.	64	
Tiempo _____ (máximo 60 segundos)		
PRUEBA INTERRUPTA: Si () No ()		
COMPRESIÓN	Correcto	
¿Quién tiene una gata?		
(María)		
¿A quién le gusta jugar y brincar?		
(a la gata, a la gata de María)		
¿Qué le pasó a la gata de María?		
(se perdió, tuvo gatitos)		
¿Dónde estaba la gata de María?		
(debajo de la cama)		
¿Qué le dijo la mamá a María?		
(va a tener un bebé, va a tener un hermanito)		
Total respuestas correctas		



MINEDUCACIÓN



Sigue siguiente página EGMA...

Anexo 3. Hojas de respuestas EGMA

EGMA

Estudiante Número: _____

Ejercicio 1: Identificación de Números					Hoja 1
(/) Incorrecto o sin respuesta.					
(1) Después del último número leído					
2	9	0	12	30	
22	45	30	23	48	
91	33	74	87	65	
108	245	587	731	989	
Total ítems correctos:			Tiempo (máximo 60 segundos):		

Ejercicio 2: Comparación de Números					Hojas 2 y 2A				
7	5	7	1	0	94	78	94	1	0
11	24	24	1	0	145	153	153	1	0
39	23	39	1	0	287	534	534	1	0
58	49	58	1	0	623	632	632	1	0
65	67	67	1	0	857	955	955	1	0
Total ítems correctos:			PRUEBA INTERRUPTIDA: Si () No ()						

Ejercicio 3: Completa la secuencia					Hojas 3 y 3A				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Total ítems correctos:			PRUEBA INTERRUPTIDA: Si () No ()						

Ejercicio 4: Sumas: Nivel 1					Hojas 4 y 4A
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
1 + 3 = (4)	1	0	7 + 8 = (15)	1	0
2 + 3 = (5)	1	0	4 + 7 = (11)	1	0
6 + 2 = (8)	1	0	7 + 5 = (12)	1	0
4 + 5 = (9)	1	0	8 + 6 = (14)	1	0
3 + 3 = (6)	1	0	9 + 8 = (17)	1	0
8 + 1 = (9)	1	0	6 + 7 = (13)	1	0
7 + 3 = (10)	1	0	8 + 8 = (16)	1	0
3 + 9 = (12)	1	0	8 + 5 = (13)	1	0
2 + 6 = (8)	1	0	10 + 2 = (12)	1	0
9 + 3 = (12)	1	0	8 + 10 = (18)	1	0
Total ítems correctos:			Tiempo (máximo 60 segundos):		

Hora de finalización de la prueba: _____



Ejercicio 5: Sumas: Nivel 2					Hoja 5
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
33 + 6 = (39)	1	0	38 + 7 = (25)	1	0
12 + 14 = (26)	1	0	22 + 37 = (59)	1	0
38 + 26 = (64)	1	0	Total ítems correctos:		

Ejercicio 6: Restas: Nivel 1					Hojas 6 y 6A
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
4 - 3 = (1)	1	0	15 - 8 = (7)	1	0
5 - 3 = (2)	1	0	11 - 7 = (4)	1	0
8 - 2 = (6)	1	0	12 - 5 = (7)	1	0
9 - 5 = (4)	1	0	14 - 6 = (8)	1	0
6 - 3 = (3)	1	0	17 - 8 = (9)	1	0
9 - 1 = (8)	1	0	13 - 7 = (6)	1	0
10 - 3 = (7)	1	0	16 - 8 = (8)	1	0
12 - 9 = (3)	1	0	13 - 5 = (8)	1	0
10 - 8 = (2)	1	0	12 - 2 = (10)	1	0
12 - 3 = (9)	1	0	18 - 10 = (8)	1	0
Total ítems correctos:			Tiempo (máximo 60 segundos):		

Ejercicio 7: Restas: Nivel 2					Hoja 7
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
38 - 6 = (32)	1	0	25 - 7 = (18)	1	0
25 - 7 = (18)	1	0	36 - 14 = (22)	1	0
36 - 14 = (22)	1	0	58 - 37 = (21)	1	0
58 - 37 = (21)	1	0	64 - 26 = (38)	1	0
Total ítems correctos:			Tiempo (máximo 60 segundos):		

Ejercicio 8: Sumas: Nivel 3					Hoja 8
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
33 + 6 = (39)	1	0	38 + 7 = (25)	1	0
12 + 14 = (26)	1	0	22 + 37 = (59)	1	0
38 + 26 = (64)	1	0	Total ítems correctos:		

Ejercicio 9: Sumas: Nivel 4					Hoja 9
(/) Incorrecto o no responde.					
(1) Después del último ejercicio intentado.					
33 + 6 = (39)	1	0	38 + 7 = (25)	1	0
12 + 14 = (26)	1	0	22 + 37 = (59)	1	0
38 + 26 = (64)	1	0	Total ítems correctos:		

Ejercicio 10: Sumas: Nivel 5		Hoja 10
(/) Incorrecto o no responde.		
(1) Después del último ejercicio intentado.		
33 + 6 = (39)	1	0
38 + 7 = (25)	1	0
12 + 14 = (26)	1	0
22 + 37 = (59)	1	0
38 + 26 = (64)	1	0
Total ítems correctos:		

Anexo 4. Resultados de las pruebas EGMA

RANGOS DE LOS RESULTADOS DE LOS EJERCICIOS DE LA PRUEBA EN MATEMATICAS (EGMA)

1 Identificación de números

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo
de 4 a 7 algún riesgo	de 4 a 7 alto riesgo	de 4 a 7 alto riesgo	de 4 a 7 alto riesgo
de 7 a 10 algún riesgo	de 7 a 10 alto riesgo	de 7 a 10 alto riesgo	de 7 a 10 alto riesgo
de 10 a 15 bajo riesgo	de 10 a 15 algún riesgo	de 10 a 15 alto riesgo	de 10 a 15 alto riesgo
de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 18 algún riesgo	de 15 a 18 alto riesgo

2 Comparación de números

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 1 alto riesgo	de 0 a 1 alto riesgo	de 0 a 1 alto riesgo	de 0 a 1 alto riesgo
de 2 a 3 algún riesgo	de 2 a 3 alto riesgo	de 2 a 3 alto riesgo	de 2 a 3 alto riesgo
de 4 a 6 bajo riesgo	de 4 a 6 algún riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo
de 6 a 8 bajo riesgo	de 6 a 8 bajo riesgo	de 6 a 8 algún riesgo	de 6 a 8 alto riesgo
de 8 a 9 bajo riesgo	de 8 a 9 bajo riesgo	de 8 a 9 bajo riesgo	de 8 a 9 algún riesgo

3 Número faltante

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 1 a 3 algún riesgo	de 1 a 3 alto riesgo	de 1 a 3 alto riesgo	de 1 a 3 alto riesgo
de 4 a 6 bajo riesgo	de 4 a 6 algún riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo
de 7 a 8 bajo riesgo	de 7 a 8 bajo riesgo	de 7 a 8 algún riesgo	de 7 a 8 alto riesgo
9 bajo riesgo	9 bajo riesgo	9 bajo riesgo	9 algún riesgo

4 Suma Nivel 1

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 3 algún riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo
de 4 a 6 bajo riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo
de 7 a 9 bajo riesgo	de 7 a 9 algún riesgo	de 7 a 9 alto riesgo	de 7 a 9 alto riesgo
de 10 a 14 bajo riesgo	de 10 a 14 bajo riesgo	de 10 a 14 algún riesgo	de 10 a 14 alto riesgo
de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 19 algún riesgo	de 15 a 19 algún riesgo

5 Suma Nivel 2

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 1 bajo riesgo	de 0 a 1 alto riesgo	de 0 a 1 alto riesgo	de 0 a 1 alto riesgo
2 bajo riesgo	2 algún riesgo	2 alto riesgo	2 alto riesgo
3 bajo riesgo	3 bajo riesgo	3 alto riesgo	3 alto riesgo
4 bajo riesgo	4 bajo riesgo	4 algún riesgo	4 alto riesgo
NO HACERLA			

6 Resta Nivel 1

Comenzando primero	Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 3 algún riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo	de 0 a 3 alto riesgo
de 4 a 6 bajo riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo	de 4 a 6 alto riesgo
de 7 a 9 bajo riesgo	de 7 a 9 algún riesgo	de 7 a 9 alto riesgo	de 7 a 9 alto riesgo
de 10 a 14 bajo riesgo	de 10 a 14 bajo riesgo	de 10 a 14 algún riesgo	de 10 a 14 alto riesgo
de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 19 bajo riesgo	de 15 a 19 algún riesgo	de 15 a 19 algún riesgo

7. Resta Nivel 2

Comenzando primero		Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
de 0 a 1	Bajo riesgo	de 0 a 1	de 0 a 1	de 0 a 1
2	Bajo riesgo	2	2	2
3	Bajo riesgo	3	3	3
4	Bajo riesgo	4	4	4
NO HACERLA				

8. Resolución de ejercicios




Comenzando primero		Finalizando primero o Comenzando segundo	Finalizando segundo o Comenzando tercero	Terminando tercero
nada	algun riesgo	nada	nada	nada
ejercicio 1	Bajo riesgo	ejercicio 1	ejercicio 1	ejercicio 1
ejercicio 2	Bajo riesgo	ejercicio 2	ejercicio 2	ejercicio 2
ejercicio 3	NO HACERLO	ejercicio 3	ejercicio 3	ejercicio 3
ejercicio 4	NO HACERLO	ejercicio 4	ejercicio 4	ejercicio 4
ejercicio 5	NO HACERLO	ejercicio 5	ejercicio 5	ejercicio 5

Anexo 5. Formulario de registro de resultados pruebas EGMA y EGRA

DATOS GENERALES											
Institución	Sede	Grado	Grupo	Nº de Alumnos en el Grupo	Jornada (M o T)	Código asignado al estudiante	Genero (F o M)	Edad	Encuestador	Hora de Inicio prueba	Hora de finalizacion prueba
			1		M	1	F	8	LUIS EDUARDO ESPAÑA OVIEDA	9:42:00 a.m.	
			1		M	2	M	10	LUIS EDUARDO ESPAÑA OVIEDA	8:35:00 a.m.	
			1		M	3	M	10	LUIS EDUARDO ESPAÑA OVIEDA	8:10:00 a.m.	
			1		M	4	F	7	LUIS EDUARDO ESPAÑA OVIEDA	9:03:00 a.m.	
			1		M	5	F	7	LUIS EDUARDO ESPAÑA OVIEDA	11:30:00 a.m.	
			1		M	6	F	8	EDILSON CAMAYO	11:20:00 a.m.	11:34:00 a.m.
			1		M	7	M	8	EDILSON CAMAYO	9:00:00 a.m.	9:17:00 a.m.
			1		M	8	M	8	EDILSON CAMAYO		8:56:00 a.m.
			1		M	8	M	8	EDILSON CAMAYO	9:56:00 a.m.	
			1		M	9	M	8	EDILSON CAMAYO	9:25:00 a.m.	9:37:00 a.m.
			1		M	8	F	8	EDILSON CAMAYO	9:40:00 a.m.	
			1		M	9	M	8	EDILSON CAMAYO	10:50:00 a.m.	11:03:00 a.m.
			1		M	10	F	8	EDILSON CAMAYO	11:04:00 a.m.	11:19:00 a.m.
			1		M	11	M	9	EDILSON CAMAYO		11:20:00 a.m.
			1		M	12	F	8	EDILSON CAMAYO		12:03:00 p.m.
			1		M	13	F	7	EDILSON CAMAYO	11:34:00 a.m.	
			1		M	14	M				
			1		M	15	M				
			1		M	16	M				
			1		M	17	M				
			1		M	19	F				
			1		M	20	M		WILLIAM QUIROGA	11:00:00 a.m.	11:58:00 a.m.

1° / 2° / 3° EGMA_MATEMÁTICAS / EGRA_Lenguaje / Hoja1

Anexo 6. Instrucciones para diligenciar el formato

-
1. Diligenciar los datos generales y resultados de cada estudiante en la pestaña del curso correspondiente (1°, 2° o 3°)
 2. Escribir la hora de inicio y final de la prueba en formato HH:MM ej. 15:23 si quiere decir 3:23 pm
 3. Las flechas en verde significan que hay **bajo riesgo o no hay riesgo** 
 4. Las flechas en amarillo significan que hay **algún riesgo** 
 5. Las flechas en rojo significan que hay **alto riesgo** 

Si la prueba es detenida se le colocan sesenta (60) segundos aunque se haya detenido antes de este tiempo.

RV		RW		RR		RT	
CONCIENCIA FONOLÓGICA		CÓDIGO ALFABÉTICO		FLUIDEZ - COMPRENSIÓN			
Escala: 12 Puntuación: 12		Escala: 12 Puntuación: 12		Escala: 12 Puntuación: 12		Escala: 12 Puntuación: 12	
NO APLICA						105,71	
						75,80	
						95,00	
						105,57	
						95,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						64,00	
						59,00	
						0,00	
						37,27	
						0,00	
						0,00	
						105,75	
						128,00	
						E:DIV/0!	
						E:DIV/0!	
						E:DIV/0!	
						E:DIV/0!	

Anexo 7. Resultados de pruebas EGMA

RESULTADOS EGMA							
RECONOCER PATRONES NUMÉRICOS	CONCEPTOS DE VALOR POSICIONAL		CONOCIMIENTOS CONCEPTUALES Y DE PROCEDIMIENTO - FLUIDEZ				RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO
Ejercicios 1: Identificación de números	Ejercicios 2: Comparación de números	Ejercicios 3: Completar la sucesión - números faltante	Ejercicios 4: Sucesión 1	Ejercicios 5: Sucesión 2	Ejercicios 6: Resolución 1	Ejercicios 7: Resolución 2	Ejercicios 8: Resolución de problemas - ejercicios
45,60	10,00	7,00	14,00	5,00	9,00	5,00	3,00
46,15	10,00	6,00	13,00	4,00	10,00	4,00	2,00
34,55	8,00	2,00	13,00	3,00	11,00	3,00	3,00
18,00	8,00	4,00	7,00	4,00	7,00	3,00	2,00
34,29	0,00	5,00	9,00	2,00	6,00	0,00	2,00
34,00	8,00	7,00	8,00	5,00	8,00	0,00	2,00
35,29	0,00	7,00	20,40	2,00	10,00	1,00	1,00
34,29	0,00	8,00	11,00	4,00	11,00	3,21	3,00
38,71	9,00	9,00	14,00	4,62	11,00	3,00	3,00
18,82	0,00	4,00	8,00	3,00	2,00	1,00	2,00
30,86	0,00	5,00	9,00	2,18	6,00	0,00	3,00
26,15	0,00	5,00	13,00	2,00	5,00	0,00	2,00
60,00	9,00	8,00	12,00	5,00	10,00	5,00	17,00
24,00	0,00	4,00	8,00	1,00	6,00	0,00	3,00
30,00	0,00	4,00	10,00	0,00	7,00	1,00	1,00
38,00	10,00	5,00	10,00	2,00	4,00	0,00	2,00
40,71	10,00	6,00	10,00	1,00	8,00	0,00	3,00
20,00	10,00	6,00	10,00	2,00	7,00	1,00	3,00
19,00	10,00	5,00	9,00	2,00	6,00	1,00	1,00
20,00	8,00	5,00	8,00	1,00	6,00	1,00	2,00
1,00	9,00	1,00	5,00	0,00	7,00	0,00	2,00
40,00	10,00	9,00	11,00	4,00	7,00	5,00	4,00
3,00	7,00	2,00	5,00	0,00	0,00	0,00	2,00
4,00	9,00	2,00	6,00	0,00	0,00	0,00	2,00
19,20	5,00	2,00	9,00	2,00	4,00	2,00	3,00
38,00	8,00	4,00	14,00	4,00	6,00	1,00	2,00
#;DIV#0!	0,00	0,00	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	0,00
#;DIV#0!	0,00	0,00	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	0,00
#;DIV#0!	0,00	0,00	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	0,00
#;DIV#0!	5,47	4,47	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	#;DIV#0!	2,60

Anexo 8. (Prueba para determinar obstáculos)

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MANIZALES

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS.

ENTREVISTA.

INSTITUCION: -----

NOMBRE DEL ESTUDIANTE: -----

GRADO: ----- **HORA:** ---- **INICIO:** ----- **TERMINACION:** ----- **FECHA:** -----

NOTA: El tiempo para responder cada pregunta es de 2 minutos. Estas preguntas la responderán cada estudiante de manera individual. Utiliza el lapicero para escribir la respuesta.

CUESTIONARIO.

- 1. ¿Cómo puedo utilizar la multiplicación en la tienda escolar? -----

- 2. ¿Cómo puedo representar una multiplicación en la venta de la tienda escolar?-----

- 3. ¿Por qué al multiplicar números diferentes se encuentran resultados con igual número?-----

- 4. ¿Por qué al cambiar de orden los números que multiplico el resultado es igual?-----

5. ¿Para qué utilizo las multiplicaciones en los problemas verbales, si algunos resultados los puedo encontrar utilizando la suma? -----

- 6. ¿Se puede resolver problemas con suma o multiplicación? Si—No-- ¿Cuál es la diferencia?-----

- 7. ¿Por qué al comprar cambiamos las cosas con el dinero?-----

- 8. ¿Cómo se compraría en este momento si no existiera el dinero?-----

- 9. En el siguiente problema que operación debe realizar para encontrar la respuesta:
Pedro compro 5 bombones a 300 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero pagó por los 5 bombones?-----

- 10. ¿Qué billetes y monedas que conoces, han utilizado para comprar?-----

- 11. ¿Qué es más fácil contar las monedas o los billetes?-----

- 12. Pedro está en grado tercero, el papá le pregunto qué clase tuvo hoy. Pedro le contesto el dinero. Entonces el papá le pregunto. Entonces: ¿Que es el dinero?-----

- 13. Juan le pide a Andrés que parta un billete de 2000 pesos, por otros más pequeños. ¿Usted cómo lo haría?-----

- 14. Al cambiar un billete de 1000 pesos. En cual forma utilizo menos monedas?-----

- 15. Si tengo 4 billetes de 1000 pesos y 8 monedas de 500 pesos. ¿Dónde hay más dinero?-----

- 16. Si Ana me compra con 5000 pesos, 2 galleta de 500 pesos cada una y una gaseosa en 2000 pesos. ¿Cuánto dinero le sobra? Que operación debo realizar para encontrar el resultado?-----

- 17. Carlos tiene 10 monedas de 100 pesos. ¿cuál es la operación que me permite encontrar más rápido la respuesta?-----

- 18. Pedro tiene monedas y billetes que contar, pero él no sabe manejar la calculadora.
¿Cómo le puede ayudar?-----

- 19. Cuando nos compran algo en la tienda escolar. ¿Debemos dar los regresos completos?-----

- 20. Al realizar las cuentas de la venta de la tienda escolar. Si al hacer cuentas para entregarnos sobra dinero que debemos hacer?-----

- 21. ¿Qué representa el dinero para ustedes?-----

- 22. ¿Por qué debemos comprar las cosas que necesitamos?-----

- 23. Si al devolver Pablo se equivoca y le da menos a Juan, pero Juan no se da cuenta.
¿Qué debe hacer Pablo?-----

- -----
- 24. ¿Por qué tenemos que hacer bien las cuentas?-----

- 25. ¿Para qué sirven las multiplicaciones?-----

- 26. Pedro tiene 2000 pesos. Juanito le dice: Tiene mucha plata: ¿Sera mucha plata 2000 pesos? ¿En este momento que puedo comprar con 2000 pesos?-----

- 27. ¿Cómo puede representar la multiplicación 4×5 ?-----

- 28. Qué operación debes realizar en el siguiente problema: Pedro compro 10 caramelos a 200 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero pago por esta compra?-----

- 29. Andrés quiere cambiar un billete de 2000 pesos, pero quiere que sean el mínimo del número de monedas. ¿Cuáles serían las monedad?-----

- -----
- 30. Si en las tablas de multiplicar encontramos que 3×4 es igual a 12. ¿Cómo puedo representar este mismo número con otra multiplicación?-----

- -----

- 31. Juan necesita hacer una figura de 40 cuadritos. ¿Cómo puedo representar como una multiplicación?-----

Anexo 9. Niños grado tercero atendiendo la tienda escolar

Niños grado tercero atendiendo la tienda escolar.

Fotos tomadas el 23 de julio del 2015.





REFERENCIAS

- Arcavi, A. & Friedlander, A. (2007). Curriculum developers and problem solving: the case of Israeli elementary school projects. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39,(5-6), 355-364.
- Asocolme. (1999). 1 edición. Santa Fe de Bogotá, D.C., Grupo Editorial Guía. 150p. - Colección: Cuadernos de Matemática Educativa.
- Bachelard, G. (2004). *La formación del espíritu científico*. 25 ed. México: Siglo 25, Editores, S.A.12. (1989). *Epistemología*. 2 Ed. Barcelona Anagrama. p. 27.
- Borasi, R. (1986). On the natura of problems. *Educational Studies in Mathematics*. pp. 17, 125-141.
- Bethencourt, J. T. (1986). *Estrategias cognitivas en la resolución de problemas*.
- Brousseau, G. (1983) Les obstacles épistémologiques etles problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactiquedes Mathématiques 4*, 165-198.
- Campanario, J. M. (1995) Los Problemas Crecen: a veces los alumnos no se enteran de que no se enteran. Aspectos didácticos de física y química. (Física) 6, ICE, Zaragoza: Universidad de Zaragoza. pp. 87-126.
- Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias. En Castro, M. E. (1995). *Niveles de comprensión en problemas verbales de comparación multiplicativa*. Granada: Comares. p. 17.
- Cid E. (2003). *La investigación didáctica sobre los números negativos: estado de la cuestión*, pre-publicaciones del seminario matemático No. 25 “García de galdeano”. España: Universidad de Zaragoza.
<http://www.unizar.es/galdeano/preprints/2003/preprint25.pdf>.

- D'Amore, B. (2007). El papel de la Epistemología en la formación de profesores de Matemática de la escuela secundaria. *Cuadernos del Seminario en educación*, 8. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. p. 36.
- Delgado, C. (1998). *Estudio micro genético de esquemas conceptúeles asociados a definiciones de límite y continuidad de universitarios de primer curso*. (Tesis Doctoral). España: Universidad Autónoma Barcelona. p. 502.
- Domenech, M. (2004). *El papel de la inteligencia y de la metacognición en la resolución de problemas*. (Tesis doctoral). Universidad Rovira I Virgili, Tarragona.
- Elliott, J. (1991). Actuación profesional y formación del profesorado. *Cuadernos de Pedagogía*, 191, 76-80.
- Enright, B. E. y Choate, J. S. (1993): Mathematical Problem Solving: The Goal of Mathematics, En J. S. CHOATE (ed.): *Successful Mainstreaming. Proven ways to detect and correct special needs*, (pp. 280-303). Needham Heights.
- Flavell, J. H. (1976) Metacognitive aspects of problem solving. En L.B. Resnick (Ed). *The nature of intelligence*. Lawrence Erlbaum: Hillsdale, New Jersey. p. 232
- Fernandez, B. A. (2007). La numeración y las cuatro operaciones matemáticas. *Revista iberoamericana de educación* (43), 119-130.
- Font, V. y Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matemática Pesquisa*, 8(1), 67-98.
- Genyey, J. (1983). Improving student's problem –solving skills. A methodological approach for a preparatory chemistry course. *Journal of Chemical Education*, 60, 478-481.
- Godino, J. D. (1991). Hacia una teoría de la Didáctica de la Matemática.
- Gutiérrez (Ed.). *Área de Conocimiento Didáctica de la Matemática*. (pp. 105-149) Madrid: Síntesis.

- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. (1996). Mathematical concepts, their meanings and understanding]. En, L. Puig y A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference* (pp. 417-424). España: Universidad de Valencia.
- Godino, J. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.[Trad. italiana Bologna, Pitagora 1999, como libro en la colección: Bologna-Querétaro].
- Godino, J., Batanero C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. España: Universidad de Granada. p. 16.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3): 325-355.
- Gómez, M. y Sanmartí, P. N. (2002). El aporte de los obstáculos epistemológicos. *Educación Química*, 13, 182-195.
- Glendeg, A. M y Epstein, W. (1987). Inexpert calibration of comprehension. *Memory and cognition*, 15, 84-93.
- Jonassen, D. H. (2004). *Learning to solve problems. An instructional design guide*. San Francisco, Massachusetts, Allyn and Bacon, pp. 280-303.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada, Edición Febrero.
- Kilpatrick, K. (1982). What is a problem? *Problem Solving*, 4(2). Paper prepared for the 60th Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics, Toronto, and 14-17 April.

- Kintsch, W. y Greeno, J. G. (1985). Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92, 109-129.
- Chi, M.T.H. y Glaser, R. (1986). Capacidad de resolución de problemas. En R. J. Sternberg (Ed.), *Las Capacidades Humanas*. Barcelona: Labor.
- Lester, F. K. (1982). Building bridges between psychological and mathematics education research on problem solving. En F. K. Lester & J. Garofalo (Ed.), *Mathematical problem solving: Issues in research*. Philadelphia, Pennsylvania: The Franklin Institute Press.
- Lester, F. K. (1983). Trends and Issues in Mathematical Problem Solving Research. En R. Lesh y M. Landau (Eds): *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. Academic Press. New York.
- Mayer, R. E. (1991): *Thinking, problem solving, cognition*. New York: Freeman.
- Marshall, C. & Rossman, G. B. (1989). *Designing qualitative research*. Newbury Park, CA: Sage.
- Mayer, R. E. (1986a). *Pensamiento, resolución de problemas y cognición*. Barcelona: Paidós.
- Mayer, R. E. (1986b). Capacidad matemática. En R. J. Sternberg (Ed.), *Las Capacidades Humanas*. Barcelona: Labor.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la multiplicación y división*. Matemáticas: cultura y aprendizaje. España: Editorial Síntesis.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A memory. Onceaba, Encuentro Colombiano de Matemáticas Educativas, 2010, 397 Diversas investigaciones Almeida, 2001 Gómez 2007, Linares 1997.
- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (1998). *Matemáticas, lineamientos curriculares*. Colombia: Cooperativa editorial Magisterio.

- Ministerio de Educación Nacional, MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanía. “Lo que los estudiantes deben saber hacer y saber hacer con lo que aprenden”*. Colombia: MEN.
- Ministerio de Educación Nacional. (2013). Documento base PTA. Colombia, diciembre.
- Moreira, M. (1993). *Unidades didácticas e investigación en el aula Un modelo para el trabajo colaborativo entre profesores*. Las Palmas de Gran Canaria, septiembre 1993. I.S.B.N. 84-88250-04-5.
- Nesher, P. (1982). Level of description in the analysis of addition and subtraction work problems. En T.P., Carpenter, J M, Moser, T., Romberg (Comps). *Addition and subtraction: a cognitive perfective* (25-38). Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Obando, G. & Múnera, J. J. (2013). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Revista Educación y Pedagogía*.
- Orton, A. (2003). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Morata.
- Orton, A. (1990). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: M.E.C., Morata.
- Pain, S. (2002). *Diagnóstico y tratamiento de los problemas de aprendizaje*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Pérez, E., M. P. (1987): «Los problemas matemáticos», en *Cuadernos de Pedagogía*, 144, pp. 79-81. *Problemas aritméticos*. Tesis Doctoral. Universidad de La Laguna. Tenerife.
- Puig, E. L. (1995). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: síntesis.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid, España: Síntesis. p. 116.

- Puig, L y Cerdan, F, (1995). Problemas aritméticos escolares. Colección Matemáticas: Cultura y aprendizaje. España. Reconceptualization. En D. Grouws: *Handbook of Research on Mathematical*.
- Puig, L. (1992-1993). *Elementos para la instrucción en resolución de problemas de matemáticas*. (Tesis doctoral). Facultad de Psicología, Universidad de Valencia.
- Rico, L. (1991). Educación Matemática y resolución de problemas. p. 243.
- Rico, L. (1997). Reflexiones sobre los fines de la educación matemática. *Suma*, 24, 5-19.
- Sánchez, H. (2003). *La enseñanza de la matemática. Fundamentos teóricos y bases psicopedagógicas*. Madrid: CCS. p. 170.
- Sánchez Blanco, G. & Valcárcel Pérez, M. V. (1993) Diseño de unidades didácticas en el área de ciencias experimentales; En: *Enseñanza de las ciencias*, 11 (1), Instituto de Ciencias de la Educación de la Universitaria Autónoma de Barcelona – Vice–rectorat d’ Investigació de la Universitat de València, 33–44.
- Sanmarti, N. (2005). *Unidades Didácticas en ciencias y Matemáticas*. Digna Couso. 1 ed.. Editorial magisterio. pp. 13-58.
- Schoenfeld, A. H. (Sep 2007). Problem solving in the United Status, 1970-2008: research and theory, practice on intellectual development. *Minnesota Symposia on child psychology*, 9, 537-551.
- Tamayo, A. O. (2001). *Evolución conceptual desde una perspectiva multidimensional. Aplicación al concepto de respiración*. (Tesis Doctorado). Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Tamayo Álzate, O. E., Vasco Uribe, C. E., Suarez de La Torre, M. M., Quiceno Valencia, C. H., García Castro, L. I. y Giraldo Osorio, A. M. (2011). *La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.

- Tamayo Alzate. O. E. (2005). Caracterización general de la didáctica de las ciencias. Módulo Maestría en Educación y Desarrollo Humano. Cinde–Universidad de Manizales.
- Tamayo Alzate, O. E., (2009). *Didáctica de las ciencias: La evolución conceptual en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias*. Manizales: Universidad de Caldas.
- Tomás F, M. (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria. Estudio de dificultades y propuesta didáctica. *Educación*, 17, 119-140.
- Tomasello, M. (2005). *Constructing a Language: A Usage-Based Theory of Language Acquisition*, Cambridge, Mass and Harvard University Press. UNESCO, París.
- Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et des recherches françaises en Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2.2, 215-232.
- Vergnaud, G. (2000). *El niño, las matemáticas y la realidad*. México: Editorial Trillas.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. México: Trillas. p. 174.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In Lesh, R, Landau, L. *Acquisitions of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). London: Academy Press.
- Vergnaud G. (1991) El niño, las matemáticas y la realidad. México: Trillas. p. 197.
- Viennot, L. (1979). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire, Paris. p. 246.
- Vigotsky, L. (1995). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas.
- Woolfolk, P. (2006). *Psicología Educativa*. México: Prentice Hall.